研究紀要第257号

G3-02

研究紀要第二五七号　確かな学力を伸ばす算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の在り方　平成十七年二月　岡山県教育センター

確かな学力を伸ばす
算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の在り方

平成17年2月

岡山県教育センター

まえがき

現在，学校教育においては，子どもたちに，基礎的，基本的な内容を確実に身に付けさせ，それを基に自分で課題を見付け，自ら学び，自ら考え，主体的に判断し，行動し，よりよく問題を解決する資質や能力，豊かな人間性，健康や体力などの「生きる力」を育成することがますます重要になってきています。このような教育改革を推進するに当たって，学校教育の質的な転換が求められており，そのためには，具体的な指導方法や指導体制等の工夫改善についての研究・実践を深めるとともに，教員の資質・指導力の向上を図ることが重要課題となっています。

そこで，岡山県教育センターでは，教育に関する専門的，技術的事項の調査研究，教育関係職員の研修，教育相談，教育情報の収集・蓄積・発信等の諸事業を通して，学校教育の支援を行っています。特に，調査研究においては，国の教育改革の動向と本県の教育課題を踏まえ，幾つかの研究主題を設定して共同研究・個人研究を行い，その成果の提供と普及に努めています。

平成 15 年 2 月に，当教育センターでは，研究紀要第 241 号「基礎学力の向上ときめ細かな指導を目指す算数科における少人数指導の在り方」を発行いたしました。先の研究は，学習集団の規模と教育効果に関する日本とアメリカの研究の比較及び少人数指導の実践分析を通して，算数科の授業を充実させる手掛かりを示したもので，本研究は，この研究成果を受けて実施するものです。

本研究では，算数科における「問題解決の授業」と「習熟度別指導」の現状を概観し，授業の質を向上させるためには，「数学的な考え方の指導と評価の充実」と「形骸(がい)化した問題解決の授業からの脱却」が必要であることを指摘し，三つの具体的な授業改善の方策について提案しています。また，一つの提案授業として行った第 4 学年「面積」の授業についても詳細な報告をしています。

御高覧の上，御意見，御批判をいただくとともに，学習指導要領の趣旨に沿う教育実践のための資料として御活用いただければ幸いです。

終わりになりましたが，この研究を進めるに当たり，御協力をいただきました協力委員の先生方並びに関係各位に厚くお礼申し上げます。

平成 17 年 2 月

岡山県教育センター所長
浮　田　信　明

目　次

確かな学力を伸ばす
算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の在り方

Tracking Classes and Focusing on Problem-Solving Activities
to Improve Elementary School Learners' Proficiency in Mathematics

あらまし　本研究では，まず，算数科における「問題解決の授業」と「習熟度別指導」の現状を概観し，現在の算数科の授業を充実させる鍵は，「数学的な考え方の指導と評価の充実」及び「形骸化した問題解決の授業からの脱却」にあることを指摘した。次に，それらを実現するために，「数学的な考え方をイメージすること」「算数の授業を２段階でとらえること」「評価にルーブリックの考え方を取り入れること」の三つを具体的な授業改善の方策として提案し，その意義を考察した。最後に，第４学年「面積」の提案授業を通して，授業の質を向上させる手掛かりを述べた。

キーワード　算数，問題解決の授業，習熟度別指導，数学的な考え方，受動から能動，ルーブリック

研究の要旨

本研究は，「基礎学力の向上ときめ細かな指導を目指す算数科における少人数指導の在り方」（平成15年２月発行，岡山県教育センター研究紀要第241号）の研究成果を受けて実施するものである。

国際的な調査である2003年度のPISA調査及び国際数学・理科教育動向調査が，相次いで児童生徒の学力低下を示す結果を報告した今，少人数指導や習熟度別指導について，その意義を授業の質を高めるという視点から検討を加えることが必要と考えた。

そこで，本研究では，先の研究成果を基に，算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の二つに焦点を当て，文献研究及び授業実践分析を通して，具体的な授業改善の方策を探ることにした。

以下，研究の概要を簡単に述べる。

■算数教育の現状と課題（第Ⅲ章）

ここでは，まず，算数科における問題解決の歴史的概観を行い，問題解決の授業の重要性を再確認した上で，現在の考える力の育成よりも計算力重視の傾向に対する私見を述べた。次に，現在行われている問題解決の授業の多くが，５段階もしくは４段階の流れで授業することが問題解決であるとする固定化した考えが定着していること，また，習熟度別指導についても，実施すること自体が目的になる傾向が見られることに大きな問題点があることを指摘した。

■授業の質を向上させる具体的な方策（第Ⅳ章）

先の算数教育の現状と課題を踏まえると，現在の算数科の授業を充実させるための鍵は，「数学的な考え方の指導と評価の充実」と「形骸化した問題解決の授業からの脱却」にあるととらえた。

そこで，これらを実現するために，「数学的な考え方をイメージすること」「算数の授業を２段階でとらえること」「数学的な考え方の評価にルーブリックの考え方を取り入れること」の三つを具体的な授業改善の方策として提案した。

まず，一つ目の「数学的な考え方をイメージすること」では，適切な指導や支援の実現には，子どもの算数的活動に含まれる数学的な考え方を見取る力が必要であり，そのためには，教師が「数学的な考え方のイメージ」を持っておくことが重要であるとした。そこで，片桐重男が体系化した数学的な考え方の分類を基に，その具体例を示した。

次に，二つ目の「算数の授業を２段階でとらえること」では，元筑波大学附属小学校の正木孝昌が提唱している「受動から能動へ変わる授業」に注目し，これを形骸化した問題解決から脱却するための有効な方法として紹介した。

最後に，三つ目の「数学的な考え方の評価にルーブリックの考え方を取り入れること」では，学習評価の先進国であるイギリス，オーストラリア，アメリカの一部の州で既に客観的な評価方法として確立されている「ルーブリック」の考え方に注目し，これを算数教育の数学的な考え方の評価に導入する意義と可能性について，研究協力委員の授業実践を基に考察を加えた。

■日々の授業でできること（第Ⅴ章）

以上の研究で得られた知見を基に，筆者自身が教師と子どもたちとの議論を中心とした授業を行い，これを本研究で問題とした「形骸化した問題解決の授業」から一歩抜け出した一つの授業例として提案した。

ここでは，提案授業の計画段階から授業の実際までを詳細に記述する中で，教材解釈，教材・教具の工夫，授業展開の工夫などから得られた知見を述べた。また，算数科の授業の質を向上させるために，日々の授業にすぐにでも取り入れることが可能な授業技術についても具体的な授業場面で示した。

以上，本研究の概要を簡単に述べた。

算数科における問題解決の授業及び習熟度別指導の充実は，うわべだけの形式にとらわれることなく，授業の質そのものの向上を考えることが重要である。

本研究が，先生方の授業力を高める一助になれば幸いである。

研究の概要

本研究では，まず，算数科における「問題解決の授業」と「習熟度別指導」の現状を概観し，現在の算数科の授業を充実させる鍵（かぎ）は，「数学的な考え方の指導と評価の充実」及び「形骸（がい）化した問題解決の授業からの脱却」にあることを指摘した。次に，それらを実現するために，「数学的な考え方をイメージすること」「授業を2段階でとらえること」「評価にルーブリックの考え方を取り入れること」の三つを具体的な授業改善の方策として提案し，その意義を考察した。最後に，一つの提案授業を通して，授業の質を向上させる手掛かりを述べた。

キーワード　算数，問題解決の授業，習熟度別指導，数学的な考え方，受動から能動，ルーブリック

Ⅰ　はじめに

今，算数教育は，いわゆる算数・数学教育の現代化と呼ばれた1970年代以来の注目を集めている。

例えば，文部科学省が全国に指定した学力向上フロンティアスクールでは，その多くの学校が「算数」を研究教科として取り上げている。また，文部科学省の資料によれば，第7次公立義務教育諸学校教職員定数改善計画が施行された平成13年度当初には，加配措置のあった小学校10,618校の93.8%に当たる9,956校が少人数指導又はティーム・ティーチングを「算数」で実施している[1)]。

まさに，現在は，平成の算数ブームと言っても過言ではないであろう。しかし，このような算数ブームを手放しに喜んではいられない状況が，現在の算数教育にはある。

Ⅱ　研究の目的

本研究は，「基礎学力の向上ときめ細かな指導を目指す算数科における少人数指導の在り方」（平成15年2月発行，岡山県教育センター研究紀要第241号）の研究成果を受けて実施するものである。

先の研究では，算数科における少人数指導はどう在るべきかを探るために，学習集団の規模と学習効果に関するアメリカの研究（グラス・スミスの研究，テネシー州で実施されたSTAR計画及びチャレンジ計画など）と日本の研究（国立教育政策研究所の研究など）の比較分析を行った。その結果，学習集団の規模の縮小は，学力の向上など潜在的な効果を持つが，単に少人数の学習集団を編成しただけでは，その効果はさほど期待できないことが分かった。

相次ぐ学力調査が，学力低下を現実のものとして示す結果を出している今，文部科学省が学力低下への対応として打ってきた少人数指導や習熟度別指導について，授業の質を高めるという視点から検討を加えることが重要である。

そこで，本研究では，先の研究成果を基に，算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の二つに焦点を当て，文献研究及び授業実践分析を通して，具体的な授業改善の方策を探ることにした。

Ⅲ　算数教育の現状と課題

1　算数科の授業改善の必要性

文部科学省は，平成14年1月と2月に小学校第5学年から中学校第3学年の児童生徒を対象とした教育課程実施状況調査を実施した。同年12月13日，当時の遠山文部科学大臣は，「平成13年度までの学習指導要領の目標や内容に照らした児童生徒の学習の状況は，全体としておおむね良好であった」とのコメントを公表したが，その翌日の新聞紙上で，「算数・数学低下くっきり」「学力低下裏付け」等のセンセーショナルな見出しが，各紙一面トップを飾ったことは記憶に新しい。

ここ数年，日々の授業を通して子どもたちの学力低下を実感している教師は多い。学力低下は本当なのであろうか。このことに一つの答えを示す調査結果が平成16年12月に公表された。

一つは，PISA（OECD生徒の学習到達度調査）2003年調査，もう一つは，国際数学・理科教育動向調査の2003年調査（TIMSS2003）である。いずれの調査も，残念ながら現在の日本の児童生徒は，明らかに学力低下を起こしているという結果を示している。

まず，PISA（OECD生徒の学習到達度調査）2003年調査の結果であるが，日本の15歳生徒（高等学校第1学年）の数学的リテラシーは，前回の調査結果同様に世界のトップレベル（第1位グル

ープ）であることが報告されている。しかし, 2000年に実施された第1回の調査と比較すると，順位は1位から6位に，点数では23点下がっていることは事実であり，特に，23点という点数の下がり具合は，2000年と2003年の両方の調査に参加した国の中では最も大きく，この結果は，重く受け止めるべきことと考える。PISA 調査が思考のプロセスの習得や概念の理解及び様々な状況でそれらを生かす力を調査することを重視したものであることを考えると，日本の 15 歳生徒は，数学的に考える力は明らかに下がっていると言わざるを得ないであろう。

一方，国際数学・理科教育動向調査の 2003 年調査（TIMSS2003）の結果では，小学校第 4 学年の児童の算数の到達度は, 1995年に実施された前回調査と同様に国際的に上位（参加 25 か国中第3位）にあるという結果が報告されている。しかし，我が国の児童生徒の算数・数学を学習することを楽しいと思う割合や得意な教科とする割合は，依然として諸外国の平均より低い。

文部科学省は，これらの国際調査で相次いで学力低下の傾向が示されたことについて，「学校完全週5日制や学習指導要領の削減が，必ずしも望ましい結果になっていない。この結果を率直に認め，対策を講じる必要がある。」との見解を示した（平成16年12月15日読売新聞)。

近年の学力低下論の沸騰に応えるために文部科学省が重点として導入した少人数指導や習熟度別指導であるが，導入して4年を終えようとしている今，子どもたちに確かな学力を身に付けさせるためには，今後どのように授業改善をしていくべきかについて真剣に考えるべきときである。

2　算数科における問題解決の授業

(1) 考える力重視か計算力重視か

算数科の究極の目的は，「創造性の基礎を培う」ことにある。算数科における「創造性の基礎」については，小学校学習指導要領解説算数編では，その代表的なものとして「多面的にものを見る力」と「論理的に考える力」の二つを挙げて説明している。前者は，数量や図形をいろいろな視点から見ることができる力である。例えば，数を多面的に見る力とは，「8」という数であれば，これを「3と5を合わせた数」「10より2少ない数」「2と4をかけた数」「16を2でわった数」などのようにいろいろに見ることができる力を言う。また，後者は，明確な根拠を示しながら考えを進めることができる力のことである。これは，算数の問題解決の代表的な考え方である「帰納」「類推」「演繹」といった考え方を使いこなす力と言い換えることも可能である。したがって，算数科の授業は，端的に言えば「数学的な考え方」の育成を目指すことが中心となるべきである。

ところが，ここ数年，学校教育の場では，この「考える力」の育成よりも「計算力」の育成を重視する傾向が強い。もちろん，計算は，算数教育にとって重要な学習内容である。正しく計算できる児童を育成することは，算数教育の重要な役割の一つである。このことに異論をはさむつもりは全くないが，現在のこの状況は，何か大きく本質を見誤っている気がしてならない。問題は，百マス計算などの計算力重視の傾向が全国的なレベルで広がってきていることとリンクするように，これまで子どもたちがじっくり考える授業を大切にしてきた教師さえも，自分の授業が問題解決を中心としたもので本当によいのかという疑問を抱き始めていることにある。

(2) 問題解決の授業の歴史的概観

算数の授業は，考えることを楽しむ授業でありたい。これは，算数教育を研究するものすべての目標となるべきことと考える。算数の授業は本来,問題解決の授業であるべきである。子どもたちが既習の知識や技能を駆使し，創造的に問題を解決していく授業でこそ，考えることの楽しさを味わい，問題解決の方法も身に付くと考えられる。

「問題解決の授業」が算数教育の文脈で言われ始めたのは1980年のことである。文献によると，当時，米国のNCTMが出したAn Agenda for Actionの第一勧告「問題解決が 1980 年代の学校数学の焦点にならなければならない」という指摘を，我が国の算数・数学教育学者たちが取り入れたのが契機とされている[2)]。「問題解決の授業」とは，子どもが主体的・能動的に問題を解決する授業であり，数学的な考え方や態度を育成することを重視した授業である。

問題解決の重点化は,歴史的な経緯から見ると,昭和 20 年代の生活単元学習で「問題解決」が重視されて以来，約10年間のスパンで「問題解決」重視と「知識・技能」重視とが交互に繰り返されているように見える。

算数教育においては，その後，先に述べたように 1980 年代に問題解決の授業の重要性が指摘され，平成元年の学習指導要領が告示される頃には，ポリヤ（G.Polya）やレスター（F.K.Lester）の文献を基にした問題解決の授業について盛んに研究が進められるようになった。

繰り返しになるが，算数の授業は，問題解決の授業が本来の姿であると考える。

ところが，ここにきて現行の学習指導要領（平成 10 年告示）が，指導内容を約 3 割削減したことで，学力低下問題と相まって，再び「知識・技能」重視の傾向が見られている。前項で指摘した「考える力の育成よりも計算力重視の傾向」がそれである。もちろん，指導内容が削減された今こそ，問題解決の授業を充実させる必要があると，授業研究に日々全力を挙げている教師が数多く存在していることは事実である。しかし，1980 年以降，現在までの約 20 年間を掛けて算数の問題解決の授業研究が広く学校教育の場に浸透してきた今，算数の問題解決の授業の形骸化が大きな問題となっている。

(3) 問題解決の授業を見直す

算数科の授業は，数学的な考え方の育成が中心となるべきである。数学的な考え方は，一つの知識として記憶しているだけでなく，繰り返し使うことにより一層豊富かつ確実になっていく。したがって，数学的な考え方は，問題解決の場面でこそ生きて働く力となりうると言ってよいであろう。その意味で，1980 年代から問題解決の授業の重要性が指摘されて以来約 20 年間にわたり，盛んに問題解決の授業研究が行われてきたことは望ましい方向であった。実際，算数教育関連の雑誌を過去 20 年間さかのぼり概観してみるだけでも，算数を校内研修の研究教科としている多くの学校が，問題解決の授業の充実を目指してきたことをうかがい知ることができる。研究の中心課題は，「よりよい問題の開発」「自力解決の際の個別指導の在り方」「効果的な練り上げの仕方」など取り上げる課題はその年々で異なるが，どの実践事例を見ても，問題解決の授業が中心である。

しかし，現在の算数科の授業を見ると，これらの授業研究の結果として残ったものは，「問題の構成（設定)」「問題の理解（把握)」「解決の計画」「解決の実行」「解決の検討」といった 5 段階もしくは 4 段階の流れで授業することが問題解決の授業であるとする考え方ではないだろうか。

確かに，一般的には，算数科における問題解決の活動は，上記の 5 段階もしくは 4 段階の活動を含むと考えられる。しかし，この段階は，あくまでも子どもたちが問題を解決する際の学習過程を示したものであり，このことを今，改めて確認する必要がある。すなわち，現在の算数科における問題解決の授業の大きな課題は，本来学習過程を示すはずの各段階が，いつの間にか教師の指導過程と認識され，それが固定化されてしまっているところにある。

では，実際にどのような流れになっているのか，問題解決の授業を大まかに再現してみよう。

多くの授業は，教師が問題を出し，その問題では何が問われているかなどのやり取りに 5 分から 10 分くらい使ったところで，本時の「めあて」が黒板に板書され，教師の合図で一斉に子どもたちが自力解決を始める。その間，教師は「ヒントカード」と称したプリントと「座席表」を持って机間指導を行う。そして，その間にその後の話し合い活動で取り上げたい考えをしている子どもを選び，小黒板などに書くように指示をする。その後は，代表児童による発表，その発表に対する質疑，本時のまとめという流れになっているのが一般的ではないだろうか。このように文字にしてしまうと，一見スムーズに授業が展開していくような印象を受けるが，実際には，十分な練り上げができないまま，教師が一方的にまとめて終わる場合が多いのが現状であろう。

なぜ，このようになってしまったのだろうか。その答えを文部省が発行した小学校算数の指導資料を基に考えてみたい。

算数科における問題解決の指導については，昭和 61 年文部省発行の小学校算数指導資料「数と計算の指導」に詳しい。同指導資料に述べてある「単元を通した問題の設定」「自力解決の重視」「個人差に応じた指導」は，現在の算数教育を考える際にも重要な事項である。しかし，今，改めて読み返してみると，先の問題を引き起こしている原因が幾つか読み取れる。

例えば，自力解決について書かれた部分では，「高学年では，45 分授業中に 15 分から 20 分程度の自力解決の時間を取ることが適切である」という記述や「一人一人が多様な解決を行うことが求められている」という記述が目に留まる。特に，

後半の留意事項は，「子ども一人一人は一つの解決であるが，学級全体では多様な解決があった」ということでは十分ではないことを示している。こうなると，教師が，自力解決の時間に少しでも多くの考えで解くことを子どもたちに求めるようになるのは自然の流れである。筆者自身も，練り上げに入るまでは，すべての子どもが最低一通りの解決が完了していること，できればすべての子どもが二通り以上の考えで解き終わっていることが，絶対に破ってはならない問題解決の授業の「掟（おきて）」と信じて疑わなかった。したがって，自力解決の時間は学習指導案では 15 分程度にしようと計画を立てていても，気が付けば 20 分や 25 分はその時間に充てていることも珍しいことではなく，その後の授業がどうなるかは書くまでもないであろう。

子どもが本当に考えたくなるような問題を開発し，導入では，興味・関心を持つような展開を工夫し，その問題が持つ真の課題（学習者の立場で書けば「めあて」）を子ども自身が発見できるような時間を取り，自力解決も時間を十分に確保した上で，さらに，学級全体で話し合いも充実させ，練習問題を確実に行い，最後に自己評価も行うことができれば，それは理想の算数の時間なのかもしれない。

しかし，これを，1 単位時間 45 分で毎時間実施することは現実的には不可能に近い。だからといって，問題解決の授業をやめて教師が解法を一斉に教え，後はそれに従って練習さえすればよいという授業の方向に安易に流れてしまうことは極めて避けなければならない。今，最も重要なことは，これまで 20 年間の授業研究の中で培ってきた「教材」や「指導方法」の工夫などの財産を生かしながら，5 段階もしくは 4 段階にパターン化された問題解決の授業から，どのようにして脱却を図るかを考えることである。

3　算数科における習熟度別指導

(1) 習熟度別指導が導入された経緯と実施状況

文部科学省は，学習指導要領の更なる定着を進め，そのねらいの一層の実現を図るため，平成 15 年 12 月 26 日付けで，学習指導要領の総則を中心にその一部を改正した。これにより，小学校における個に応じた指導の充実のための指導方法等の例示として，「学習内容の習熟の程度に応じた指導」「児童の興味・関心等に応じた課題学習」「補充的な学習や発展的な学習」などの文言が新しく加えられた。

「習熟度別指導」が文部科学省の文書に登場したのは，2001 年 1 月 25 日「21 世紀教育新生プラン」で示された 17 の提案と主な政策課題を分かりやすくまとめた「レインボープラン＝七つの重点戦略」だと思われる[3)]。同プランの第一重点戦略「わかる授業で基礎学力の向上を図ります」の具体的な説明に「基本的教科における 20 人学級，習熟度別授業の実現」という文言が見られる。

平成 16 年度公立小・中学校教育課程編成・実施状況調査（文部科学省調査）によれば，「理解や習熟の程度に応じた指導を実施」している小学校は 81.6%（中学校は 72.3%）にまで達している（**図 1**）。2001 年のレインボープランからわずかに 3 年後のデータであることを考えれば，「習熟度別指導」は急速に学校教育の場に普及していると言えよう。

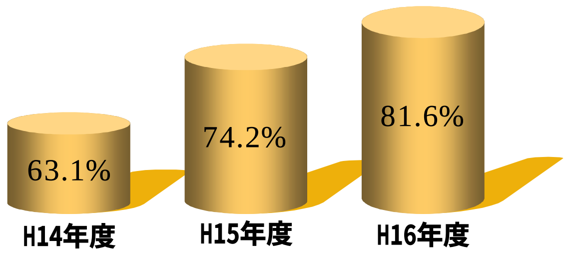


図 1　習熟度別指導の実施率の推移（小学校）

また，実施状況を学年別に見ると，小学校の場合，全国では第 3 学年以上で約 7 割が実施していることが分かる（**図 2**）。

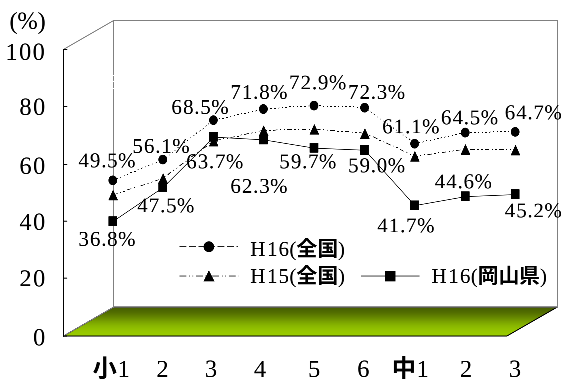


図 2　習熟度別指導の実施状況（学年別）

本県の実施状況は，全国と比較すると全体的に実施率が低いが，第 3 学年から第 6 学年での実施率が低学年の実施率より高いことは全国と同様

である。ただし，全国の実施率が，第３学年から第６学年に向けてやや増加傾向にあるのに対して，本県の場合，第３学年をピークにやや減少傾向にあるという違いがあることが分かった。理解や習熟の程度の差は，学年が上がれば上がるほど大きくなると考えるのが一般的である。したがって，本県の場合，その差が開く前に習熟度別指導を実施し，学年が進んでもその差があまり開かないようにしようと考えている学校が全国より多いのかもしれない。

アメリカ教育省が，1998 年 6 月に発表した「Class Size Reduction and Teacher Quality Initiative（少人数クラスと教師の質の向上）」では，テネシー州で実施されたSTAR計画（Student Teacher Achievement Ratio）の後，「持続効果研究」と呼ばれる研究が行われたことを報告している。STAR計画は，アメリカ教育史上，現在において最も完全でよく設計されたクラス・サイズ縮小の効果に関する研究とされており，この「持続効果研究」は，その信頼性の高い調査結果を受けて実施されたものである。それによると，第３学年までに少人数クラスで指導を受けた児童は，第４学年から通常の多人数クラスに戻っても，全教科において多人数クラスにいた児童の成績を超えており，その効果は，徐々に減少はするものの第８学年に至るまでより高い成績を維持していることが明らかにされている[4)]。

現在，日本で実施されている習熟度別指導は，元の学習集団よりも少ない人数で学習が行われていることが多い。したがって，本県の習熟度別指導が中学年で最も多く実施されていることは，これから将来，先の研究結果と同様な効果が期待できる可能性もあると考えられる。

(2) 習熟度別指導を充実させる鍵(かぎ)はどこにあるか

これまで見てきたように，習熟度別指導は，急ピッチで導入が進んでいる。特に小学校の場合，どの県においても，算数科の授業に習熟度別指導を取り入れている場合が多い。しかし，現在のこの状況に問題はないのであろうか。

岡山県教育センターでは，平成 15 年 4 月，カリキュラムサポートセンターを同センター内に設置した。これは，県内の学校支援の一環として，学習指導案や教材について各教科等の指導主事が直接相談に応じるもので，算数科の授業や習熟度別指導についての相談も多い。

筆者が相談を受けた場合，それが少人数指導や習熟度別指導の際には，それらを取り入れようとしている理由を必ず尋ねるようにしている。しかし，なぜここで少人数指導や習熟度別指導を導入するのかという理由が明確に返ってくることは少ない。

少人数指導も習熟度別指導も，それを取り入れる目的を十分に持って実践してこそ意味がある。カリキュラムサポートセンター業務を通して感じたことは，習熟度別指導を取り入れる目的を明確に持つ必要があるということである。言い換えれば，現在の算数科における習熟度別指導は，「習熟度別指導を取り入れること」自体が目的化しているところに大きな問題がある。

佐藤(2004)は，習熟度別指導が急激に普及している理由は，文部科学省が「学力フロンティア事業」や「少人数指導」の実現を「習熟度別指導」の導入とセットにして予算化してきたことにあると述べている[5)]。つまり，国の施策を受けて指導行政に当たる都道府県教育委員会は，結果的に国と同様に両者をセットで考える傾向が強くなり，そのことが，習熟度別指導の急激な普及につながっているというのである。佐藤は，習熟度別指導の導入に否定的であるが，見方を変えると，これは，習熟度別指導を導入する際の意義を十分に考える必要性を指摘しているとも読み取れる。

ここ 1，2 年の間，少人数指導や習熟度別指導関連の本がたくさん出版されている。内容は，学力向上フロンティア指定校の研究実践を中心にまとめたものや，習熟度別指導の具体的な指導事例集など様々であるが，筆者の見る限りでは，方法論が先行している印象を受けることが多い。

少人数指導や習熟度別指導は，本来，個に応じた指導の充実を図るために導入されたはずである。児童一人一人に確かな学力を育成するために，きめ細かな指導をどのように実現していくかについて考える場合には，授業内容と指導の目的の吟味がまず必要である。授業スタイルは，その結果決まるべきことである。

習熟度別指導を充実させる鍵は，各コースで行われる授業の質を上げることにある。習熟度別指導は，通常の 40 人の学級の児童一人一人に，数学的な考え方を確かに身に付けさせることができる力を持った教師が指導してこそ最大の効果を発揮すると考える。

Ⅳ　授業の質を向上させる具体的な方策

第Ⅲ章では，算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の現状を概観することを通して，現在の算数科の授業を充実させるための鍵は,「数学的な考え方の指導と評価の充実」と「形骸化した問題解決の授業からの脱却」にあることが見えてきた。

そこで，本章では，質の高い授業を実現する具体的な授業改善の方策を文献研究と実践から示す。

1　数学的な考え方を具体的にイメージする

(1) 数学的な考え方の育成と問題解決の授業

算数教育は，算数の基礎的・基本的な知識や技能を習得し，それらを活用して問題解決能力を育てることが目的である。これは，昭和 33 年告示の小学校学習指導要領の目標に「数学的な考え方」という表現が初めて使われて以来，一貫して変わらない普遍的なとらえ方である。

数学的な考え方や問題解決の指導に詳しい中島(1985)は,「数学的な考え方の育成が目指していることは，算数・数学としてふさわしい創造的な活動（問題解決）が自主的にできる能力・態度を子どもたちに身に付けさせることにある」と述べている[6]。これは,「数学的な考え方」の指導と「問題解決」の授業が切っても切れない関係にあることを示している。したがって，問題解決の授業を充実させるためには，数学的な考え方の指導を充実させる手立てを考えることが重要である。

そこで，まず考えなければならないことは,「数学的な考え方とは何か」ということである。指導者である教師自身が「数学的な考え方」とは何かを十分に理解せずして，その充実は決して図れるものではない。

(2) 数学的な考え方をイメージすることの大切さ

中島(1985)は,「数学的な考え方は，算数・数学の目標として，その指導を通して子どもに重点的に育成したい能力・態度を一言で表現したもの」と述べている[7]。また，片桐(1988)は，数学的な考え方の指導に加えて，数学的な態度の育成の重要性を指摘している[8]。片桐は，数学的な考え方と数学的な態度は，独立に指導することではなく，数学的な態度が数学的な考え方を発動させる原動力になるとし，小・中学校段階でねらう数学的な考え方と態度に絞り，1988 年にその著書「数学的な考え方の具体化」で体系化を行った。

片桐は，同書の中で，数学的な考え方や態度は，**図 3** に示すように「問題」「ストラテジー（方略）」「人」の三つの変数で決定されるものであるために，数学的な考え方と数学的な態度の意味については，その内包を万人に認められるように意味規定をすることは極めて難しく，具体的内容を列挙することも困難であると述べている。このことは，当然と言えば当然であり，例えば，同じ問題でも，その問題を解決する子どもによって使う考え方は異なるであろうし，同じ子どもであっても解決の仕方は一意に決まるものではないのは明らかなことである。

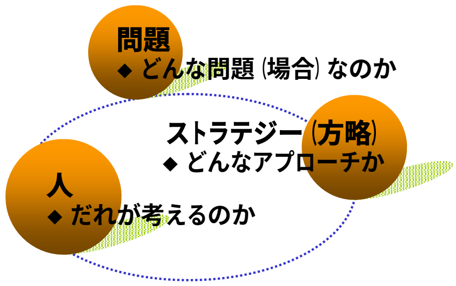


図 3　数学的な考え方･態度を決める三つの変数

しかし，数学的な考え方を育成するためには，授業の中で子どもたちが行う算数的活動を見たとき，その活動の中でどのような数学的な考え方をしているか，また，その考えを生み出すためにどのような数学的な態度で臨んでいるかが見取れなければ，適切な指導や支援をすることは不可能である。そこで，本研究では，現在の算数科の授業を改善する一つ目の方策として「数学的な考えをイメージすること」を提案する。

片桐が指摘するように，数学的な考え方や態度を意味規定することは難しい。しかし，具体的な問題に対して子どもがどういう反応をしたかを記述することは可能である。したがって，次項から示す数学的な考え方のイメージは，あくまでも A という反応をした場合には，B という考え方を使っていると見ることもできるという可能性を示したものである。

なお，本研究では，片桐の考えに基づき，数学的な態度は，数学的な考え方を用いようとする姿ととらえる立場を取る。したがって，両者は常に並列的に記述するべきことであるが，紙面の関係もあり，以降「数学的な考え方」という文言は，その中に「数学的な態度」も含む意味で用いることにする。

(3) 数学的な考え方の意味と具体的なイメージ

① 数学の方法に関係した数学的な考え方

ア 帰納的な考え方

■意味■

問題を解決するのに，解決の仕方が見付からず演繹的に解決できないときに，まず，一般的ルールや性質を見いだし，それを用いて問題を解決する際に用いられる考え方。

一般的には，次の道筋で考えることが多い。

① 幾つかのデータを集める。

② それらのデータ間に共通の，きまりや性質を見付ける。

③ 見付けたきまりは，そのデータを含む集合で成り立つであろうと推測する。

④ 推測したきまりが真であることをより確かにするために，新しいデータで確かめる。

■具体例■

第 2 学年では，「かけ算」の意味と定義を指導した後，乗法九九の構成を行う。次の例は，子どもが，かけ算の意味に基づいて 3 の段を作成しているノートの一部分を示したものである。

3×1=3
3×2=3+3=6
3×3=3+3+3=9
3×4=3+3+3+3=12
3×5=3+3+3+3+3=15
3×6=15+3=18
3×7=18+3=21

3×5 までは，同数累加の考えを用いているが，3×6 の結果を求める際に式が短くなっている。これは，3×1 から 3×5 まで計算する中で，「かける数が 1 増えるとかけられる数の 3 だけ増えている」ことに気付き，3×6 の計算にそのきまりを応用したと考えられる。ここに帰納的な考え方を用いている。しかし，帰納的に考えた場合，見付けたきまりがいつも正しいとは限らない。したがって，この場合 3×7 をそのきまりで求めた後，かけ算の意味に基づいた同数累加で導いた答えと同じになるかどうかを必ず確かめさせることが必要である。指導に当たっては，この点が不十分なことが多いので注意したい。

なお，第 1 学年で「3 口のたし算」を学習するが，その際に，たし算は幾つでもたすことができることを簡単に触れておくことも大切である。

イ 類推的な考え方

■意味■

ある事柄 A について，その性質又は法則を考える際，A とよく似ている既知の A´（P´という性質や法則が成り立っていると仮定する）を思い出し，A についても P´と同様な性質又は法則 P が成り立つのではないかというように思考を進めていく考え方。

類推には，次の三つの場合がある。

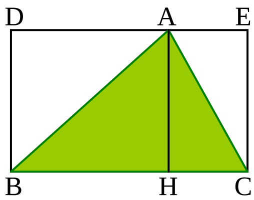
① 結果を類推する場合

② 方法を類推する場合

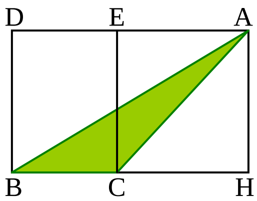
③ 結果と方法の両方の類推をする場合

■具体例■

第 5 学年では，「三角形の面積」について学習する。



三角形 ABC の面積は，左の図のようにその周囲に長方形を作れば，その 1/2 で求められた。



外に飛び出た三角形も，同じ三角形だから，周囲に長方形をかけば，その面積の 1/2 で求められないかな。

三角形の面積は，既習の長方形の面積の 1/2 で求められる。鋭角三角形が周囲に長方形を作ってうまく面積が求められたので，鈍角三角形も周囲に長方形 DBHA をかいて求めようとしているところに類推的な考え方を用いている。この場合，実際には，三角形 ABC の面積は，長方形 DBCE の 1/2 で求められるので正解とは言えないが，類推的な考え方を用いる力は持っていると評価したい。

ウ 演繹的な考え方

■意味■

いつでも言えるということを証明するために，既に分かっていることを基にして，それが正しいということを説明しようとする考え方。

演繹的に考える場合は，何が前提になっているか，すなわち説明の根拠が大切である。演繹的な

考え方は，そもそも数学が，公理を基に様々な定理を演繹的に構成している，いわば公理的方法により作られた学問であるため，算数・数学の根幹にかかわる考え方であるが，小学校段階でこの公理的方法を指導することは難しいとされている。なぜならば，小学校算数で行う演繹的な考えの根拠の多くが，公理ではなく「操作」や実際の「経験」であるからである。しかし，演繹的な考え方の素地となる「根拠を明らかに示しながら説明しようとする態度」は小学校の低学年段階から繰り返し指導したい。

■具体例■

第１学年では，「和が 10 以上になるたし算」を学習する。例えば，「9＋3」の計算を次のように考える場合がある。

9+3＝ 9+1+2
＝10+2
＝12

どうして答えが 12 になったかを尋ねたときに，子どもが「3 を 1 と 2 に分けて，9 と 1 をたして 10。10 に残りの 2 をたして 12」と説明できれば，演繹的な説明ができたととらえる。子どもがこの説明で根拠にしていることは，既習事項の「9 と 1 をたすと 10」と「10 と 2 をたすと 12」になることである。加数を分解することで，既習事項が使えるようにしているところが演繹的に考えているところである。

エ　統合的な考え方

■意味■

ある複数の事柄を，より広い観点から，それらの本質的な共通性を抽象し，同じものとしてまとめていこうとする考え方。

■具体例■

第４学年までに整数の四則計算を，第５学年及び第６学年で小数，分数の四則計算を学習する。

例えば，小数のたし算の計算の仕方を次のように考える場合がある。

（式）　0.2+0.3=0.5
（説明）　0.2+0.3 の計算は，
0.2 は，0.1 が 2 個
0.3 は，0.1 が 3 個
だから，
0.2+0.3 は，0.1 が（2+3）個
したがって，
0.2+0.3 は 0.5

小数の計算を整数の計算に帰着しているところに，統合の考え方を用いている。統合的な考え方の指導に当たっては，「よりすっきりとまとめるには」「同じ点はどこか，また，その点を式や図や言葉にまとめられないか」などを問うことが大切である。

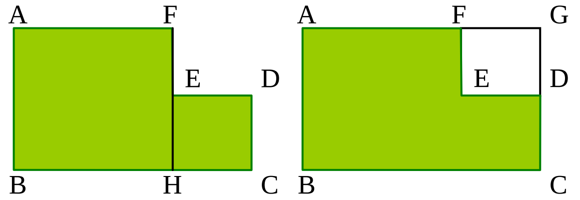
オ　発展的な考え方

■意味■

一つの結果が出ても，さらによりよい方法を求めたり，より一般的な新しいものを発見したりしていこうとする考え方。

■具体例■

第 4 学年では，「長方形と正方形の面積」を学習する。その発展問題として「L 字の図形の面積」を扱うことがある。



この例は，まず，L 字の形のままでは面積が求められないので，FH により二つの長方形に分けて面積を求めた後（左図），観点を変えて，L 字の図形の面積＝長方形 ABCG－長方形 FEDG で求めた（右図）ものである。一通りの解決ができたら終わりではなく，もっと別の方法では解くことができないかと考えているところに発展的な考え方を用いている。

発展的な考え方を育成するためには，提示する問題自体に発展性があることが望ましい。例えば，この問題の場合,「L 字の図形の面積を 2 等分する直線を見付けよう」と課題を設定すれば，更に発展的な学習となる。

指導に当たっては，今の考えはどの観点から考えたものかを振り返らせたり，新しい問題を作らせたりすることが有効になる。なお，発展的な考え方と先の統合的な考え方は，相互補完的な関係にある。

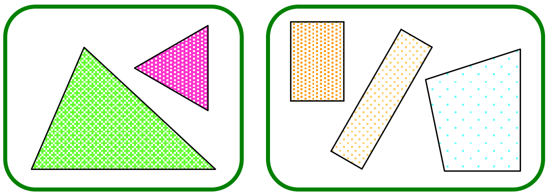
カ　抽象化の考え方

■意味■

幾つかのものに共通な性質を引き出そうとする考え方。抽象化と表裏一体の捨象化，具体化，理想化，条件の明確化などもこの考え方である。

■具体例■

第 2 学年では，「三角形と四角形」について学習する。次の例は，与えられた図形を子どもなりの観点で二つのグループに分けた後，それぞれの仲間に名前を付けているところである。



図形の概念を理解するには，「比較」「抽象（捨象)」「概括」の 3 段階をとることがよいとされている。上の例の場合，おにぎりの形として二つの三角形を同じ仲間としてまとめている。模様や色，大きさといった性質は違うが，どちらもおにぎりの形に似ているという共通の要素だけ取り出しているところに抽象化の考え方を用いている。

指導に当たっては，どういうことを今調べているのかという観点を明確に持たせる声掛けが大切である。

キ　単純化の考え方

■意味■

ある事柄を考えるとき，その事柄を構成している要素や条件の一部分を一時無視し，簡単な場合に直して考察しようとする考え方。

■具体例■

第 5 学年では，「小数のわり算」を学習する。例えば，「長さ 3.5m，重さ 2.8kg のパイプ 1m の重さはいくらでしょう。」という問題の場合，わり算をすればよいと分かっても，どちらをどちらで割るのかがよく分からない場合がある。この場合は，2.8÷3.5 が正解であるが，中には，意味を十分に考えず，単に「大きい数÷小さい数」と考えて，3.5÷2.8 と立式する子どもを目にすることがある。この問題を難しくしているのは小数である。その小数を整数に仮に置き換えて問題構造を読み直す（例えば，「長さ 2mで重さ 4kg」と考える）ことができれば，このような間違いはかなり減ると思われる。

指導に当たっては，どうして難しいのか，どうだったら分かるのかを問うことや，その数値を簡単な整数に置き換えさせたり，条件を一つずつ変えさせたりする助言が有効である。

ク　一般化の考え方

■意味■

ある概念の意味の適用範囲を広げていこうとする考え方。

一般化の考え方は，特に帰納的な考え方と密接な関係がある。帰納的に考える目的は，一般化を図ることにある。算数は，常に一般化することを考えながら学習が進むものと考えてよい。

■具体例■

例えば，帰納的な考え方の例として出した 3 の段の九九の構成で見付けたきまり「3 の段は，かける数が 1 ずつ増えると答えが 3 ずつ増える」を，4 の段の構成でも使うことが考えられる。すなわち，3 の段で見付けたかけ算のきまりを「かける数を 1 ずつ増やすと，かけられる数ずつ増える」と考えて 4 の段の構成に利用している場面で一般化の考え方を用いている。

指導に当たっては，「いつでも言えることはないか」「いつでも成り立つきまりを見付けよう」といったことを意識する助言が大切である。

ケ　特殊化の考え方

■意味■

一般化の逆の考え方。ある事象の特別な場合について考察しようとする考え方。

一般的には，問題の変数などを特別な数量に置き換えたり，極端な場合を考えたりすることで，次のような場面の解決に役立つ。

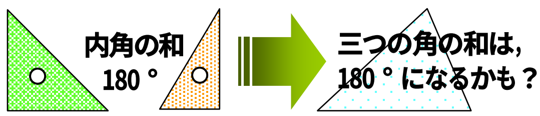
① 問題の構造を理解する場面

② 結果や方法の見通しを立てる場面

③ 得られた解が正しいか確かめる場面

■具体例■

第 5 学年では，「三角形の内角」を学習する。



三角形の内角の和が何度になるかを確かめる方法としては，三つの角を一つの点に集めて一直線になることを確かめるのが一般的である。この「一つの点に集める」発想は，三角定規など既習の三角形の三つの角の和が 180°になることを根拠にして見通しを立てることから生まれる。特別な場合を考えて見通しを持つところに特殊化の考え方を用いている。

コ　記号化の考え方

■意味■

ある事柄を形式的に表現し，それに基づいて思考を進めていく考え方。

■具体例■

一般的には，記号に表そうとする考え方と，記号化されたものを読む考え方の両方がある。図形も一種の記号であり，数を抽象し数字で表現することも記号化である。したがって，数量化や図形化もこの記号化の一種と考えられる。また，式に表現すること，演算を決定する際に，テープ図，線分図，面積図，数直線に表すことなどもこの記号化の例である。

指導に当たっては，事象を簡潔明瞭に表したり，厳密に調べたりする必要がある実際的な場面の問題を設定することが大切である。

②　数学の内容に関係した数学的な考え方

ア　単位の考え

■意味■

構成要素（単位）の大きさや関係に着目する考え方。数量や図形を考察する際には，特に重要な考え方で，6 年間を貫く算数の基本の考え方である。

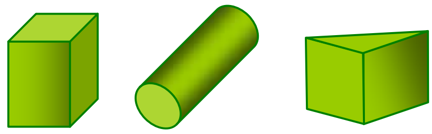
■具体例■

現行の学習指導要領では，数量や図形についての豊かな感覚を育てることが重視されている。単位の考えは，このこととも大きく関係がある。例えば，数についての豊かな感覚を育成するためには，数を多面的，相対的に見る活動が大切である。

（式）　1.2×3=3.6
（説明）　1.2×3 の計算は，
1.2 は，0.1 が 12 個
だから，
1.2×3 は，0.1 が（12×3）個
と考えて，
0.1 が 36 個だから，3.6

上の例では，1.2×3 を，単位小数の 0.1 に着目して，0.1 の（12×3）個分と見ているところに単位の考えを用いている。整数や分数の加減乗除についても同様である。また，量と測定の領域でも，この単位の考えは基本となる考え方であり，普遍単位の導入前に指導される任意単位の幾つ分で量を測定する活動は，特に重要である。

さらに，図形の考察においても，この単位の考えは重要な役割を持つ。立体を図形の構成要素（面，辺，頂点など）について調べるのも単位の考えを用いている姿である。



イ　表現の考え

■意味■

十進位取り記数法などの表現の原理に基づいて考察しようとする考え方。

■具体例■

整数，小数，分数の意味や計算の仕方を十進位取り記数法の意味に基づいて考察しようとしたり，量の表し方の約束を正しく理解し，有効に活用しようとしたりする姿は，この表現の考えを用いている例である。数直線や線分図，面積図などの適切な表現の仕方を選んで問題を解決したり，それらの表現を適切によんだりしようとする態度を育てることが大切である。

$$123 < 1234$$
$$1234 < 1324$$

上の例は，「123 と 1234」及び「1234 と 1324」の大小比較をした結果である。けた数が多い方が大きいとか，けた数が同じときは，上の位から順に見て，大きい数を表す数字が出てきた方が大きいと判断できるのは，十進位取り記数法の原理に基づいて考察しているからできることである。

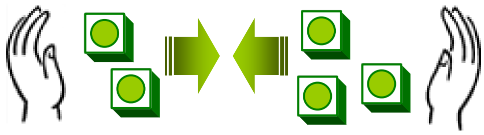
ウ　操作の考え

■意味■

ものや操作の意味を明らかにしたり，広げたり，それに基づいて考察しようとする考え方。

■具体例■

演算決定は，各演算の意味に基づいてなされる。例えば，第 1 学年では，「たし算」を初めて学習する。「2 本の白い花と 3 本の赤い花がさいています。あわせて何本ですか。」という問題の演算決定は，操作によって説明することが望ましい。



エ　アルゴリズムの考え

■意味■

操作の仕方を形式化しようとする考え方。

■具体例■

アルゴリズムの考えを用いている典型的な例は，筆算である。

（式）　1.2×3.4=4.08

（筆算）

$$\begin{array}{r} 1.2 \\ \times 3.4 \\ \hline 4\,8 \\ 3\,6 \\ \hline 4.0\,8 \end{array}$$

筆算のよさは，途中の計算の意味を全く考えなくても，機械的に手続きに従って計算するだけで正しい答えを導くことができることにある。指導に当たっては，初めにアルゴリズムを教え，後はその練習をすればよいと単純に考えるのではなく，途中の計算過程の意味を十分に理解させることが大切である。また，四捨五入や量の測定，図形の作図などもこのアルゴリズムの考えを用いている例である。

オ　概括的把握の考え

■意味■

ものや操作の方法を大づかみにとらえたり，その結果を用いたりしようとする考え方。

■具体例■

概括的把握の考えは，問題解決の方法や結果の見通しを立てる際に有効に働く。代表的な例としては，「概算」や「概則」がある。

指導に当たっては，まず見通しを立てて解決に当たることや，結果を常に見直そうとする態度を育てることが大切である。

カ　基本的性質の考え

■意味■

基本法則や性質に着目する考え方。

■具体例■

計算の仕方を考える際に，交換法則，分配法則，結合法則などの法則を基に考えたり，図形の性質について調べる際に，平行や垂直という観点から考えたりする際にこの考え方を用いている。また，量の考察についても，単位間の関係や量の保存の法則などを用いて考えるのもこの例である。

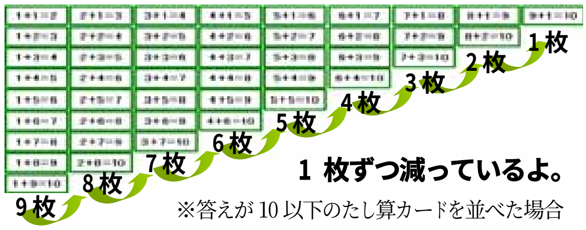
キ　関数の考え

■意味■

何を決めれば何が決まるかということに着目したり，変数間の対応や変化のきまりを見付け，それを用いたりしようとする考え方。

■具体例■

関数の考えは，数量関係の領域の学習において，6 年間を通して指導するべき考え方である。数量関係は第 3 学年からの指導内容であるが，低学年でも意識して指導することが重要である。例えば，第 1 学年でよく用いられているたし算カードの枚数が何枚あるかを考えさせることも，この考え方を養うのに適した算数的活動となる。



※答えが 10 以下のたし算カードを並べた場合

ク　式についての考え

■意味■

事柄や関係を式に表したり，式をよもうとしたりする考え方。

■具体例■

小学校算数では，関係を式に表すことや，式をよむ場面は多い。例えば，長方形の面積は，「縦×横」で求めることができる。これは，長方形の面積が，「縦」と「横」の二つの量によって一意に決まるという関数関係を表している式である。したがって，面積の公式は，単に面積を求めるためのものとして指導するだけでなく，面積が一定の場合は，縦が 2 倍になると横は 1/2 になるなどの関数的な意味も式から読み取れるように指導することが大切である。

式に表すよさは，①事柄や関係を簡潔・明確に表せる，②事柄や関係を一般化しやすい，③思考の過程を簡潔・明確に表せる，④事柄や関係を形式的に処理しやすいなどが考えられる。また，式をよむ指導としては，①具体的な場によむ，②モデル（テープ図，線分図，数直線，アレイ図，面積図など）によむ，③一般的によむ，④式変形の過程をよむ，⑤依存関係をよむ，⑥式の形をよむなどの場合がある。

2　算数の授業を２段階でとらえる

(1) 受動から能動へ変わる授業を目指す

算数は，教師が一方的に解決の手順を指導しても，一応は問題が解決できるようになる。しかし，それでは子どもたちに算数の力を付けたとは到底言えないであろう。大切なことは，子どもたちが問題に主体的に働き掛け，子どもたち自身がこれまでに身に付けてきた算数の力を使って，自分で解決する力を身に付けることである。この力は，問題解決の授業を通してこそ育成できる。しかし，第Ⅲ章で述べたとおり，現在広く行われている算数の授業は，「問題の構成（設定）」「問題の理解（把握）」「解決の計画」「解決の実行」「解決の検討」といった５段階もしくは４段階で指導するのが算数の問題解決の授業であるとする固定化した考え方が広まり，それが定着しているという問題点を抱えている。

そこで，本研究は，現在の算数科における問題解決の授業を改善する方策の二つ目として，正木孝昌の提唱する「受動から能動へ変わる授業」に注目した。

正木(2003)は，37 年間の筑波大学附属小学校での指導経験を基に，子どもたちが能動的に活動する算数の授業にするためには，授業を「受動から能動へ」の２段階でとらえることが重要であると述べている[9]。さらに，一般的に問題解決の授業でよく用いられる「問題提示」「自力解決」「練り上げ」という文言は，授業の「手順」を示す言葉であり，子どもの「変容の段階」とは明らかに区別するべきであるという指摘をしている。

この指摘は，パターン化された問題解決の授業を，真の問題解決の授業にしていくための重要な視点となるものであり，本研究が注目した理由はここにある。

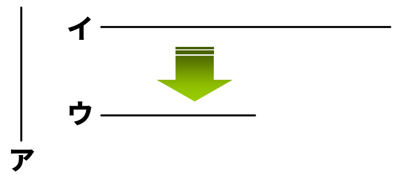
正木は，授業者の最も大きな仕事は，受動の段階から能動の段階に子どもたちの意識を変える瞬間をどのようにしてつくるかであるとし，具体的な四つの方法を提案している。

①　似て非なるものを登場させる ②　きまりへの予感を持たせる ③　無理難題に挑戦させる ④　既習と未習の境界に立たせる

それぞれの方法について簡単に説明を加える。

①　似て非なるものを登場させる

第２学年では，「長さ」について学習する。例えば，次に示す図のように，まず，黒板に明らかに長さの違うアとイの直線をかき，どちらが長いか挙手させる。その際，アが長いと思った場合は「パー」，イならば「グー」のように決めて挙手させることが大切である。こうすることで一人一人が自分の考えに責任を持つことが期待できる。



次に，イの直線をウのように，見ただけでは判断できない長さに変えた後，同様な質問をする。アとイの長さの比較では，全員が「グー」を挙げるであろうが，アとウでは意見が分かれるであろう。このとき，子どもの意識の中に「はっきりさせたい」という気持ちが生まれ，この直線を親指と人差し指を尺取り虫のようにして測ろうとしたり，何か別の物を直線に当てて間接比較しようとしたりする姿が見られるはずである。子どもが能動的に活動を始めた瞬間がここにある。

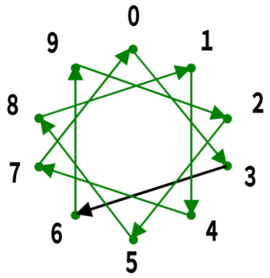
②　きまりへの予感を持たせる

第２学年では，乗法九九について一通り学習を終えたところで，九九表を用いてその中にあるきまりを見付ける学習をすることが多い。この学習の目的は，直接的には，九九表にある数の並びの規則性の美しさを感じたり，かけ算の意味をよりよく理解したりすることであると考えられるが，もっと大きな目的は，九九表にあるきまりを発見していくことを通して，主体的に考えていく力を育成することにある。

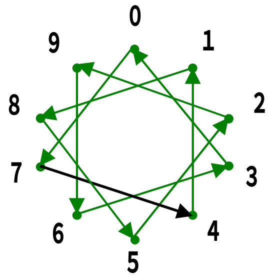
九九表を縦，横，斜めに見ると様々なきまりを発見することができる。例えば，３の段と７の段の１の位の数字を見ると，次のように同じ数字の並びになっていることが分かる。

3×1＝ 3	7×1＝ 7
3×2＝ 6	7×2＝14
3×3＝ 9	7×3＝21
3×4＝12	7×4＝28
3×5＝15	7×5＝35
3×6＝18	7×6＝42
3×7＝21	7×7＝49
3×8＝24	7×8＝56
3×9＝27	7×9＝63

これを，10 個の点を付けた次のような図形を用いて，1 の位の数字を線で結んでいくと美しい模様が現れる。



3 の段



7 の段

授業では，円の周囲に 0 から 9 の 10 個の数字のみを配置したワークシートを用いればこの活動は可能であるが，プレゼンテーションソフトなどを用いて，順に線を引いていく様子をアニメーションで見せると，線の引かれ方が左右対称の動きとして見ることができ，1 の位の数字の並びの持つ性質により興味を持たせることが可能になる。この後，子どもたちは，「ほかの段も調べてみたい」と思うであろう。

子どもが算数の楽しさを感じ，主体的に動き出すのは，今まで見えなかったものが見えたからである。

きまりを見付けなさいと教師が指示をしてきまりを見付けるのは能動的な活動とは言えない。したがって，3 の段と 7 の段について調べているときは，子どもは教師の言われるまま活動しているに過ぎない。しかし，この活動を仕組むことが，子どもたちに，ほかの段についても調べてみたいと思わせるきっかけになっている。一見，何の関連もないように見える 3 の段と 7 の段の九九であるが，図形に表してみる活動を通して，3 の段と 7 の段が何か関連あるものに見えてくる。現われた図形の美しさと，思いもよらなかった結果に面白さがあり，それがほかの段も自分から調べてみたいと思う原動力となっている。

「ほかの段も何かきれいな形になるかもしれない」「同じような形になるのだろうか」という予感を持たせる仕掛けを仕組むことが，子どもを能動的に活動させる方法の一つである。

なお，この事例は，文部科学省が平成 14 年 8 月に出した「個に応じた指導に関する指導資料」に発展問題としても紹介されているので参照されたい。

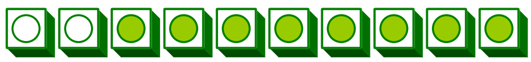
③ 無理難題に挑戦させる

第 4 学年では「円」について学習する。コンパスの使い方を指導する前から，コンパスは，円をかく道具であることを知っている子どもが多い。また，第 2 学年「長さ」の学習では，ものさしを使って，決まった長さの線をかいたり，長さを測ったりする。更に，第 3 学年では，3 位数の加法及び減法の筆算について学習する。

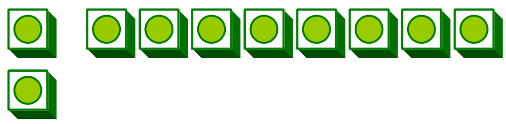
無理難題に挑戦させるとは，これらの学習の際に，「コンパスを使わないで円をかこう」「ものさしを使わずに長さを測ろう」「筆算を使わずに計算しよう」とすることである。このことにより，普段何気なく使っているものの中に潜んでいる数学的な考え方を意識させることが可能になる。

例えば，第 1 学年の子どもたちに，「28」という数を，子どもたちが持っている 20 個の数図ブロックだけで表す活動が考えられる。ここでの無理難題は，子どもたちから数字と数詞を奪っているところにある。

では，子どもの反応例を一つ示そう。



上の例では，初めの二つだけ裏返してブロックの色を変えている。子どもは，初めの二つで「20」を表し，残りのブロックで「8」を表現している。正木の実践では，この後「全部同じ色しか使ってはいけない」と，子どもたちに更に無理難題を課している。しかし，これも子どもたちは次のようにブロックを置き，見事に「28」を表現することができた。



縦に置いたブロックが，「20」を示し，横に置いたブロックが「8」を示している。ブロックを置く位置によって，それぞれのブロックが「10」や「1」を示しており，まさにこれが十進位取り記数法の原理である。教師から出された発問は，第 1 学年の子どもたちにとっては，大変な「無理難題」である。しかし，この発問があったからこそ，子どもたちはここで最も大切な指導内容である「十進位取り記数法」の仕組みに自ら気付くことができたと考えられる。

④　既習と未習の境界に立たせる

算数の指導では，既習事項と未習事項をはっきりさせることで，本時のねらいをつかませることが多い。23×12 の計算の仕方を考える学習を例にとると，「2 けた×1 けたは，もう習いましたね」「今日は，2 けた×2 けたの計算の仕方を考えます」と教師が一方的に示したのでは，子どもが能動的に学習したことにならないであろう。

正木の実践では，「23 の段の九九を作ろう」と子どもに呼び掛けている。子どもたちが知っている九九は，9 の段までであるため，当初は「それは無理だ」と反応するが，「23×1」「23× 2」と順に考えさせた結果, かける数が 1 ずつ増えると，かけられる数ずつ答えが増えていくというかけ算のきまりを用いたり，乗法九九を構成していく段階で発見した性質を利用して，例えば，23×12 の答えを 23×9 と 23×3 の答えをたして求めたりしようとする子どもの反応が見られたとしている。既習事項は，繰り返し使うことで，子どもたちに鮮明に知識として残り，そのことが，未習の学習にも既習事項を活用していこうとする態度を生むことになる。既習と未習の境界に立たせるには，既習事項を使えば何とか解決できそうだと思える問題設定が重要である。

(2)　初めてこの方法を知る教師でも実現可能か

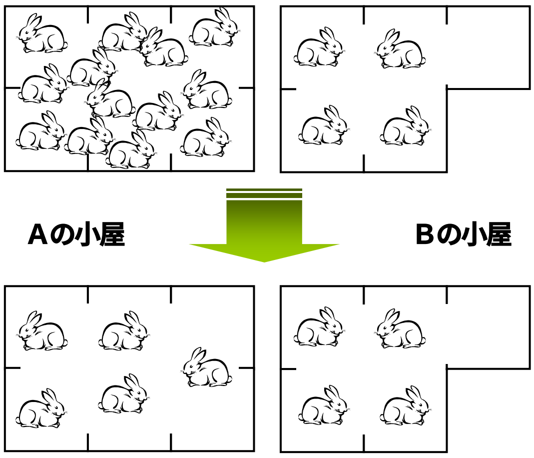
前項で示した四つの方法は，初めてこの方法を知る教師が導入しても，効果が得られるのであろうか。本研究ではこのことを確かめるために，研究協力委員の一人に，第 6 学年「単位量あたり」の授業実践を依頼した。なお，この実践に導入する方法は，①の「似て非なるものの登場」とした。

単元「単位量あたり」の目標は，異種の二つの量の割合としてとらえられる数量について，その比べ方や表し方を理解し，それを用いることができるようにすることにある。単位量あたりの基になる「割合」の考えは，子どもたちが苦手とする学習の一つであり，単位量あたりの指導は難しいと言われる理由はここにある。しかし，筆者が参観した限りでは，導入の展開もスムーズであり，展開部分では単位量あたりの考えを子どもたち自身が発見していく様子も十分に見られた。特に，自力解決の段階で子どもたちがワークシートに自分の考えをどんどん書き込んでいく姿を生んだのは，導入の段階で，子どもたちが判断に迷う場面がうまく作れた効果と考えられる。

では，子どもたちが判断に迷う場面をどのようにして作ったかについて，導入の場面を中心に振り返ってみたい。

授業の事前準備としては，2 種類（A，B）のうさぎ小屋をイメージした図形と，取り外しのきく約 20 羽のうさぎの絵，さらに，子どもたちが考える場面で活用するワークシートを用意している。授業は，A の小屋には 13 羽のうさぎを，B の小屋には 4 羽のうさぎをはったものを黒板に提示し，どちらのうさぎ小屋がゆったり眠れるかを考えるところからスタートした。

考えた結果は，A と思う場合は「グー」，B の場合は「パー」，どちらも同じと思う場合は「チョキ」の形を挙手によって示す約束をしたところ，この場合は，全員が「パー」を挙げた。次に，A から 2 羽ずつうさぎの数を減らしながら，その度に同じ質問を繰り返した。

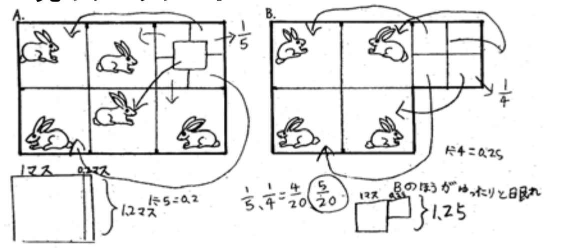


すると，意見が徐々に分かれるようになり，本時に全員で考えたい場面（うさぎが A の小屋に 5 羽, B の小屋に 4 羽いる場面）を出したときには,「グー」が 9 名,「パー」が 5 名,「チョキ」が 1 名と予想が大きく分かれた（合計人数が 15 名と少ないのは，習熟度別の少人数指導の形態をとっているためである）。授業を観察していて，このときの子どもたちの表情が印象的であった。自分の考えに自信を持って挙手した子どもも，他の児童が違う考えで手を挙げているのを見て，不安そうな表情を浮かべたからである。

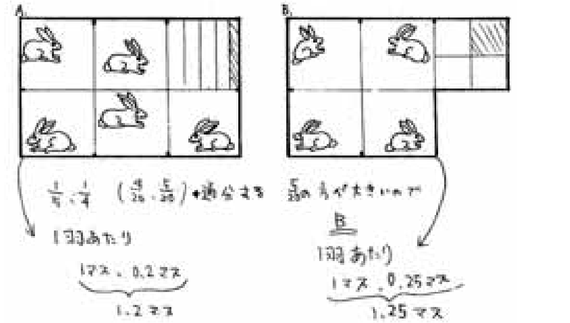
どちらがゆったりしているか判断に迷いだした瞬間は，言い換えるならば，多くの子どもたちが，教師から与えられた問題を自分の問題とした瞬間である。すなわち，受動から能動になる瞬間がここに作り出されたのである。

ここで児童のワークシートを一部紹介する。

■A児のワークシート■



■B児のワークシート■



いずれのワークシートにも，残りの 1 マスのスペースを A は 5 羽のうさぎで, B は 4 羽のうさぎで均等に分け，1 羽が使える小屋の広さを考えようとした跡が見られる。この数学的なアイデアは,まさに本時に身に付けさせたい「単位量あたり」の考え方である。たった一事例では，①の方法が簡単に導入できるかどうかを検証したことには当然ならないが，少なくとも本事例では，簡単に導入でき，しかも，かなりの効果が期待できるという感触を得ることができた。

3　評価にルーブリックの考え方を取り入れる

(1) イギリスにおける算数･数学のルーブリック

算数の評価の 4 観点は,「算数への関心・意欲・態度」「数学的な考え方」「数量や図形についての表現・処理」「数量や図形についての知識・理解」である。また，平成 13 年 4 月の指導要録の改訂により，観点別学習状況の評価及び評定は，目標に準拠した評価で行われることになったことは,周知のとおりである。しかし，現在においても,「算数への関心・意欲・態度」と「数学的な考え方」の評価は，算数教育において永遠の課題とも言えるものであり，これらの評価を客観的に行うことは難しい。国立教育政策研究所の調査によれば，平成 14 年 7 月の時点では，全国の小学校の 68%が全学年の全教科で目標に準拠した評価を行っているとあるが，その評価方法の多くがペーパーテストを中心としたものであることは容易に想像できる。事実，平成 14 年 2 月に国立教育政策研究所が「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料」を出して以来，これらを基に多くの学校で「評価規準づくり」が急ピッチで行われたが，評価規準は作ったものの日々の授業ではほとんど活用されていないのが現状ではないだろうか。

そこで，現在の算数科の授業を改善する三つ目の方策として，学習評価の先進国と言われているイギリスなどで用いられているルーブリックと呼ばれる評価の考え方に注目し，これを数学的な考え方の評価に生かすことを考えた。

目標に準拠した評価に詳しい鈴木秀幸によれば，評価で先進的な国は，イギリス，オーストラリア，アメリカの一部の州であり，これらの国では**図 4** に示す評価の考え方が主流になっている。

■クライテリオン準拠評価
criterion-referenced assessment
- **■ドメイン準拠評価**
  domain-referenced assessment
- **■スタンダード準拠評価**
  standard-referenced assessment

図 4　評価の先進国に見られる評価の考え方

日本の目標に準拠した評価は,「クライテリオン準拠評価」に相当する。これらの国では，学習の進歩を「できる・できないがはっきりと分かるもの」と「継続的に変化し，進歩に時間がかかるもの」の大きく二つあるととらえている。

前者は，ペーパーテストで測れる学習の進歩であり，これを測る評価のことが「ドメイン準拠評価(domain-referenced assessment)」と呼ばれている。

一方，後者は，ペーパーテストでは測ることが困難な学習の進歩であり，これを測る評価のことがイギリスやオーストラリアでは,「スタンダード準拠評価(standard-referenced assessment)」,アメリカでは,「ルーブリック」と呼ばれている。

ルーブリック（rubric）という文言は，日本では，最近になって総合的な学習の時間の評価について書かれた本などで目にするようになったが,先の国では，少なくとも 20 年以上前から，ペーパーテストでは測れない学力を測る際の最も客観的な評価として広く用いられている。

文献によれば，このルーブリックには，「課題別のルーブリック」と「一般的なルーブリック」があり，それぞれ**図 5** に示す利点と欠点を持つ。

■課題別のルーブリック■

<利点>

それぞれの課題に即しているのでそのまま適応可能。また，評価規準の理解が容易。

<欠点>

課題ごとにルーブリックが必要となり，その結果，ルーブリックの数も多くなり，作成したり覚えたりすることが大変。

■一般的なルーブリック■

<利点>

多くの課題に適応する。課題別のルーブリックのように多くのルーブリックを作成したり，覚えたりする必要はない。

<欠点>

評価規準は，抽象的又は一般的な表現にならざるを得ない。抽象的な表現を理解するために，評価規準の意味の解説や多くの事例を読むなどかなりの努力が必要。各教師の評価の統一を図ることもかなりの研修を必要とする。

図 5　課題別･一般的なルーブリックの利点と欠点

評価で先進的なアメリカの一部の州では，一時課題別のルーブリックを採用したが，その後，上のような欠点があるにもかかわらず，現在は一般的なルーブリックを用いている。また，イギリスも，ナショナルカリキュラムを作成する際に，一般的なルーブリックを採用している。これから学ぶことは，日本で行われている単元ごとの評価規準づくりは，課題別のルーブリックづくりに近いものがあり，単元ごとにあまりにも詳細な評価規準が準備されることは，結局使われなくなる危険性があるということである。評価規準づくりは，適切な指導をするために行うのが本筋である。

① 数学の使用と応用
using and applying mathematics

② 数と代数
number and algebra

③ 形，空間と測定
shape，space and measures

④ データ処理
handling data

図 6　イギリスの算数・数学の学習分野

イギリスのナショナルカリキュラムでの指導と評価は，各教科とも幾つかの学習分野に分けて考えられている。算数・数学は，**図 6** に示すように①から④の四つの学習分野から成り，数学的な問題解決能力を指導し評価するのは，①の「数学の使用と応用」である。したがって，日本での算数・数学の評価でいう「数学的な考え方」の観点は，この分野の指導と評価の部分に重なると考えられる[10)]。

また，①から④の各分野には，レベル 1 からレベル 8 までの 8 段階に分けられた「質的に文章で表現された評価規準」と「その具体的な活動例」が併せて示されている。これがイギリスの算数・数学のルーブリックであり，その一部を**図 7** に示す（詳細は，**引用文献 10** を参照）。

なお，問題解決能力の育成のために独立した学習分野を持つのは，イギリスのナショナルカリキュラムでは算数・数学のみである。

■レベル 1■

<評価規準>

学習活動の中で，何らかの形で数学を用いることができる。数学的な思考を示すために，物や絵を使うことができる。簡単なパターンや関係を認めることができる。

<具体的な活動例>

数学的な学習と限定されない学習活動の中で自然にたし算やひき算をしている。また，たし算をする場合，数を物や絵をかいて示している。正三角柱の積み木を重ねていけば，より大きな正三角柱が出来上がることに気付き，大きな正三角柱を作っている。

■レベル 2■

<評価規準>

学習活動の中で，簡単な問題を解決するために，用いるべき適切な数学を選択できる。数学的な用語を用いて学習内容を論じたり，数学的な記号や図を用いて示したりすることができ始める。また，なぜ求めた解答が正しいか説明できる。

<具体的な活動例>

たし算，ひき算，かけ算などを選択して用いることができる。2＋3 のような形で表現したり，パーティーで必要な品物を，絵でかいて，単価と必要な個数や合計金額などを示したりしている。

図 7　算数・数学のルーブリック（抜粋）

文献によれば，このルーブリックは，5 歳から14 歳の児童生徒が対象となっており，児童生徒は，10 年間を掛けてこの段階を達成するようにカリキュラムが組まれている。このことを日本の算数・数学における数学的な考え方の評価に当てはめて考えるならば，数学的な考え方の進歩は，非常にゆっくりとしたものであり，具体的には 10 年間で 8 段階程度のレベルを経るものととらえることができる。すなわち，第Ⅳ章で述べたいずれの「数学的な考え方」も，一つの単元を指導したからといって急に身に付くものではなく，繰り返し，繰り返し学習する中で定着していくものととらえるのが妥当と考える。

したがって，実際の授業では，毎時間の評価規準を設定するからといって，1 時間ごとすべての児童について，例えば「単位の考え方」がその場でできているかどうかを評価し，記録に残すことはあまり意味がないのではないだろうか。むしろその時間内ですべての児童の評価を完璧にこなそうとすることは，かえって子どもたちの本当の力を見落とす危険性が高くなる可能性がある。教師は，毎時間の目標を明確に持ち，その目標をすべての子どもたちに達成させるための指導に全力を傾けることを最優先するべきと考える。

(2) 数学的な考え方の評価にどう生かすか

これまで見てきたように，イギリスなどで用いられているルーブリックは，質的に文字で表現された評価規準と活動例を併記したものである。また，「数学的な考え方」は，１年間を掛けて 1 段階進歩するようなゆっくりとしたペースで身に付いていく力と考えるのが妥当である。したがって，数学的な考え方を評価するためには，第Ⅳ章で示した小学校算数の中で育てたい数学的な考え方一つ一つについて，まずは，6 年間で 6 段階程度の進歩が見られると考え，各学年では具体的にどのような活動ができればよいかを検討することが必要であろう。

では，数学的な考え方の評価にどのようにルーブリックを取り入れていけばよいのだろうか。

このことについて，研究協力委員の一人に依頼した第 4 学年「変わり方」の実践を基に考えてみたい。

本単元のねらいは，伴って変わる二つの数量について，それらの変化の様子を表やグラフに表して調べることができるようにすることである。ここで指導の中心となる数学的な考え方は「関数の考え」である。関数の考えは，「式で表すことと式をよむこと」及び「統計的な処理」と併せて，数量関係の領域の主要な指導内容である。

本実践は，先のルーブリックの考えを「自己評価カード」の作成と活用に取り入れることで「関数の考え」の育成を図ろうとしたものである。自己評価カード作成に至るまでの経緯を振り返り，その意義を考察したい。

① 学習指導案作成までの手順から学ぶ

関数の考えとは，既に第Ⅳ章で述べたように「何を決めれば何が決まるかということに着目したり，変数間の対応や変化のきまりを見付け，それを用いたりしようとする」考え方である。本実践では，まず，関数の考えの指導について，どの学年でどこまで指導するかを考えるために，関数の考えについての「指導系統表」を作り整理している（**図 8**）。

学年	関数の考えが指導可能な内容	評価規準	関数の考えの具体的な指導例
1	○ 1対1の対応	○ 数にかかわる作業的･体験的な活動を通して，数のよみ方，表し方，大小や順序について考える。	○ 手元の操作ができないものと，させたおはじきや棒の個数を数えるように指導する。
	○ 一つの数をほかの数の和や差としてみること	○ 計算にかかわる作業的･体験的な活動を通して，計算の仕方について考える。	○ 10を1と9，2と8，3と7，･･の 0の補数を早く見付けるという 満たす二つの数量の間に，一 というような，伴って変わる二 をとらえる手掛かりを与える。
2	○ 数の大小と順序	○ 具体的なものの個数を実際に数える活動やそれを数直線に表したりすることを通して，十進位取り記数法の仕組みを考える。	○ 4位数までについて，十進位取 の大小や順序について理解し 上に表したりするようにする。
	○ 一つの数をほか	○ 数を相対的な大きさからとらえることや，一つの数をほかの数の積	○ 「12個のおはじきを工夫してな ろな並べ方ができる。これを式

図 8　関数の考えの指導系統表（一部）

この指導系統表は，「関数の考えが指導可能な内容」「評価規準」「関数の考えの具体的な指導例」の 3 項目からなり，関数の考えについて，6 年間で 6 段階のレベルを考える上で重要な意味を持つ。

繰り返しになるが，ルーブリックは，ペーパーテストでは測れない学習の進歩を測るために考え出された評価の方法であり，質的に文章で表現された評価規準とその具体的な活動例からなる。

教師の数学的な考え方を評価する力は，その数学的な考え方を用いている児童の姿をどれだけ具体的に示すことができるかで決まる。本章で，授業を改善する方策の第一に「数学的な考え方をイメージすること」を挙げたのはこのためである。

したがって，本実践が指導系統表に「具体的な指導例」を整理項目として入れていることは大変意味があることである。

整理された関数の考えについての指導系統表は，ほかの教師が見ても参考になるものであるが，実は，最も重要なのは，出来上がった表ではなく，この系統表を授業者自身が作成したことにある。

次に，本実践では，整理した指導系統表を基に，「関数の考え」を身に付けた児童を次に示す五つの力を持った児童と想定し，その力を各学年に位置付けている（**図 9**）。

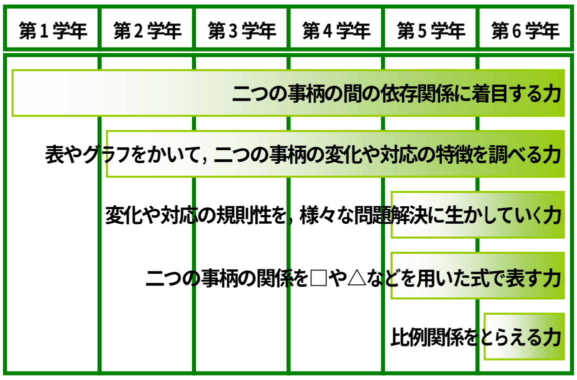


図 9　各学年で身に付けさせたい五つの力

学習指導案の作成は，関数の考えの 6 学年の指導系統と各学年で身に付けさせたい関数の考えに関する力を整理した後，行っている。

学習指導案には，単元及び 1 時間ごとの評価規準が示されており，全 6 時間のうち，数学的な考え方を重点に置いているのは 3 時間である。評価計画の一部を**表 1** に示す。評価計画の枠組みは，国立教育政策研究所が示した「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料」の中の事例を参考にしている。日々の授業では，ここまで詳細な評価計画を立てることは，現実的には難しい。しかし，1 学期に 1 単元ずつでもこうした経験を積んでいきたいものである。

表 1　第 4 学年「変わり方」評価計画（抜粋）

時	ねらい・学習活動	評価の重点				学習活動における具体的な評価基準
		関	考	表	知	
1	**○実際の場面を通して，伴って変わる二つの数量があることに気付き，それらの変わり方について調べる。** ・三角フラスコに水を一定量ずつ入れていき，たまった水の深さの変わり方を調べ，表やグラフにまとめる。	○				**評価規準** ・水のかさが増えるにつれて，水の深さも増えていくことに気付き，変わり方を調べようとする。【関】 **十分満足できると判断される状況** ・水のかさが増えるにつれて，水の深さも増えていくことを予想しながら，変わり方を調べようとする。【関】 **努力を要する状況の児童への手立て** ・水を入れるごとに何が変わっているのかと問い掛け，深さに着目させるようにする。
2	**○伴って変わる二つの数量を表や折れ線グラフに表し，変化の様子を調べる。** ・水を加熱していき，時間とともに水の温度がどう変化していくか調べ，表やグラフにまとめる。			○		**評価規準** ・対応する値を正しくとり，正確に折れ線グラフをかくことができる。【表】 **十分満足できると判断される状況** ・対応する値を正しくとり，正確に折れ線グラフをかくことができるとともに，変化の様子を読み取ることができる。【表】 **努力を要する状況の児童への手立て** ・目盛りに着目させたり，途中までグラフをかいて続きをかかせたりする。
3	**○伴って変わる二つの数量を表や折れ線グラフに表し，変化の特徴を調べる。** ・三角フラスコに水を一定量ずつ入れていき，その重さの変化の様子を調べ，表やグラフにまとめる。		○			**評価規準** ・グラフが直線になることに気付き，変化のきまりについて考えることができる。【考】 **十分満足できると判断される状況** ・グラフが直線になることに気付き，変化のきまりについて順序よく説明することができる。【考】 **努力を要する状況の児童への手立て** ・表を横に見させながら，変化のきまりに気付かせるようにする。

ここで考えなければならないことは，評価計画を作成した後の活用の仕方である。

数学的な考え方は，1 単元ましてや 1 単位時間という短い時間で身に付くような力ではないことは，イギリスのナショナルカリキュラムで用いられている算数・数学のルーブリックを紹介したところで述べたとおりである。1 時間ごと評価規準を設定したことで，毎時間評価を残すことばかりに教師の目が向いてしまうのは本末転倒である。逆に，短いスパンで，ペーパーテストなどで細かく分析的に見なければならないのは，「知識・理解」「表現・処理」にかかわる学習である。これらの学習では，一人一人がどこでつまずいているのかを的確に把握し，個々の持つ課題に応じた指導が必要不可欠である。

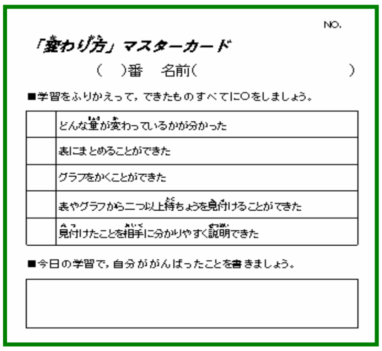
数学的な考え方の評価は，もっと大きなくくりで見ればよいと考える。例えば，本事例の場合，数学的な考え方を重点的に指導する時間は 3 時間である。授業中は，教師は，授業のねらいの達成に全力を傾け，授業後，印象に残った子どもについて，児童名簿に○を付ける。3 時間とも○が残った子どもは，その単元の数学的な考え方は A と評価する。これで客観的な評価ができるのかという反論もあろう。しかし，数学的な考え方の評価を授業後残すとすれば，この程度の手順で十分と考える。なぜならば，授業のねらいを明確に持ち，評価計画に示した数学的な考え方が身に付いている児童の具体的な姿が想定できる教師が，「この子は，よい考え方をしていた」「あの説明は既習事項を根拠にうまく説明できていた」と子どもの活動を見て評価した結果こそ，客観的な評価と考えるからである。

本実践の指導計画の作成で，最も参考にしたいことは，育てたい数学的な考え方について，まず 6 学年を通してその指導系統を見た後，その学年で育てたい力を明確にし，そこから 1 時間ごとの評価規準を設定しているところである。本時の目標が明確に定まるのは，6 学年を先に見通してからこそできることである。

②　自己評価カードの作成と活用の仕方から学ぶ

本実践では，先に示したように，「関数の考え」が身に付いている状態を，「五つの力」を持っている状態と想定し**図 9** に整理した。本実践は，第 4 学年での実践であることから，「二つの事柄の間の依存関係に着目する力」と「表やグラフをかい

て，二つの事柄の変化や対応の特徴を調べる力」の二つを評価項目の中心にし，次のような自己評価カードを作成している。


NO.

「変わり方」マスターカード

（　）番　名前（　　　　　　）

■学習をふりかえって，できたものすべてに○をしましょう。

	どんな量が変わっているかが分かった
	表にまとめることができた
	グラフをかくことができた
	表やグラフから二つ以上特ちょうを見付けることができた
	見付けたことを相手に分かりやすく説明できた

■今日の学習で，自分ががんばったことを書きましょう。

評価項目をよく見ると，「表にまとめることができた」「グラフをかくことができた」という明らかに「表現・処理」の評価項目を含んでいるが，これは，数学的な考え方は，その基となる知識や技能も備えていて初めて発揮されるものであるという考えに基づき，項目にこれらの評価を入れたと考えられ，これは妥当なことと言えよう。

自己評価カードの評価項目は，6 時間共通で，作成したカードはこの 1 種類だけである。評価項目は，全部で五つあり，児童は「○」「△」「×」の 3 段階で評価する。児童は，毎時間授業後にこのカードを用いて自己評価を行うが，教師も同じ評価項目を用いている。実際，研究協力委員から提出された報告書には，単元を通してこの五つの項目がすべて見られたと判断できた場合，その児童の本単元における数学的な考え方は「A」，3 から 4 個の場合は「B」，0 から 2 個の場合は「C」と評価した結果が示されている。

この評価の方法は，先進的に算数研究をしている学校に見られがちな詳細な評価と比較して，実にシンプルである。しかし，何度も述べているように，この単元だけで「関数の考え」を育成できるものではない。あまりにも詳細な評価規準を考え授業に臨むことは，教師が評価することに振り回され十分な指導ができない可能性を生む。数学的な考え方が身に付いたかどうかは，長いスパンで見るべきものである。単元でねらうべき数学的な力を一つに絞りシンプルに見ていくことは，結局，より客観的な評価につながるとは考えられないだろうか。

また，本実践は，この自己評価カードの用い方にも特徴がある。自己評価は，授業の最後で行うのが一般的である。実際，自己評価を指導過程に位置付けた授業は，授業の最後で自己評価カードを配付する場合が多い。ところが，本実践では，これを授業の最初に配付し，各項目についてどの程度できれば「○」を付けてよいのかを具体的に説明する時間を設けている。

しかし，一度説明すれば子どもたちが自分で評価できるという簡単なものではない。例えば，「見付けたことを相手に分かりやすく説明できた」という評価項目があるが，どのように説明できれば「分かりやすく説明できた」と言えるのかは，子どもによって判断が異なる。そこで，児童が説明した後，教師がよいと判断した場合は，「今発表してくれた○○さんは，考えた理由を加えて説明してくれたのでよく分かったね。このように説明できると○だよ。」と具体的にその場で判断基準を示す助言を授業中に多く取り入れている。

文献によれば，評価の先進国と言われるイギリスなどの国では，ルーブリックは，単なる事後の点検のための道具としての使い方だけではなく，児童に事前に提示したり，児童とともに作ったりすることがあるとしている。

これまで，評価は教師が行うもので，その判断基準は教師が持っており，決して子どもたちに公表されるものではないというのが暗黙のルールであった。しかし，このルーブリックの活用の仕方は，その既成概念を打ち破る評価の考え方であり，隠された評価から子どもに開かれた評価へと，評価の在り方そのものを大きく変える力を持っている。したがって，本実践のルーブリックの考え方を取り入れた自己評価カードの活用の仕方は，その意味で実に先進的な取り組みと言えよう。

報告書の最後では，この自己評価カードを用いた効果として，「子どもが何を頑張ればよいのかということを明確に持って学習に取り組む」「その結果，学習意欲が単元を通して継続する」「学び方が学べている」ことが実感できたことを挙げている。もちろん，これらのことは教材の工夫，教師の指導や助言，学習の進め方など様々な要因の結果生まれたことであり，すべてがこの自己評価カードを活用した効果とは言えないが，ルーブリックの考え方を数学的な考え方の評価に取り入れることは，算数の授業を子どもたちが主体的に学習する授業に改善していく一つの方法として，今後，授業実践を通して研究をしていく価値が十分にあると考えられる。

Ⅴ　日々の授業でできること

第Ⅳ章では，質の高い算数の授業を実現する具体的な授業改善の方策として「数学的な考え方を具体的にイメージすること」「算数の授業を 2 段階でとらえること」「数学的な考え方の評価にルーブリックの考えを取り入れること」の三つを提案した。

本章では，これらの研究で得たことを基に，筆者自身が教師と子どもたちとの議論を中心とした授業を行い，これを本研究で問題とした「形骸化した問題解決の授業」から一歩抜け出した一つの授業例として提案し，本研究のまとめとしたい。なお，本章では，授業の準備から実際の授業までを紹介し，その中で，日々の算数の授業にすぐにでも取り入れることが可能な授業技術についても述べる。

1　第 4 学年「面積」の提案授業

筑波大学附属小学校の坪田耕三教諭は，ハンズオン・マス（子どもたちが実際のものに触れ，そのものから問題を見いだし，問題を解決し，問題を発展させる一連の活動が含まれている授業）の研究会の会長であり，日本では算数教育のカリスマ的存在である。

これから提案する第 4 学年「面積」の導入の授業は，平成 13 年の夏に筑波大学附属小学校で開かれた「全国算数授業研究会」で坪田教諭が公開した授業が基になっている。

授業は，平成 16 年 6 月 24 日（木），倉敷市立富田小学校の第 4 学年 B 組（学級担任／田中始子教諭）の児童 27 名を対象に実践させていただいた。

(1) 坪田耕三教諭の「面積」の授業とは

この授業のねらいは，「面積は，任意の単位（単位面積）を決めれば，その幾つ分かで数値化できる量（広さ）であることに気付く」ことにある。

本提案授業の展開を説明する前に，坪田教諭の授業がどのように進められたかを，坪田教諭の著書「算数楽しく授業術」（2003 年教育出版）を手掛かりに，まず，簡単に紹介しておきたい。

坪田教諭の実践は，1000 人を超す参加者の前で公開する必要があったため，講堂の舞台の上で行われている。

授業は，舞台の中央に格子状の的（**図 10** 学習指導案の A の形に当たる的）を置き，一人一人ダーツをして座る場所を決めるところから始まっている。ダーツは，広さの比較をする必然性を生むために考えられたことであった。舞台に上がって仮設の教室で授業するため，自分の座る位置を決める必要があり，ダーツをして席を決める流れも不自然さは感じない。結果は，偶然にも左右にほぼ同数で分かれて座ることになった。

坪田教諭は，その結果を受け，「みんな半分半分に分かれたね。どうしてそうなったと思いますか。」「実は，B，C の的も用意していたのですが，どうしてそれは使わなかったのでしょう。」と発問し，その後は，その理由を考え，児童同士が議論していく授業展開になっている。先の本では，その後，子どもたちがいかにして「広さは，ある大きさを決めるとその数で表すことのできる量である」ことをつかんでいったかが簡単に紹介されている。授業は見事にねらいを達成した。授業が成功した要因は，坪田教諭の巧みな発問と日々坪田教諭が子どもたちに「考えることの楽しさ」を授業の中で伝えてきたからであろう。

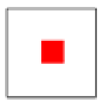
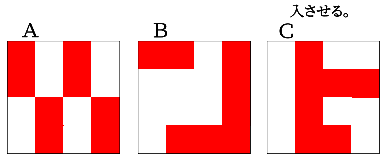
学習活動	児童の意識	教師の主な発問と予想される児童の反応例	指導（支援）と評価のポイント★彡
1　本時は，平面の「広さ」について考えることを知る。	**平らなところの大きさについて考えるんだな。**	T「広さってなんだろう」ということを一緒に考えていきたいと思います。 T　的当てゲームをしましょう。	○　「教室の前後の黒板」と「学校の廊下と道路」の例を出し，「広さ」という言葉は，日常生活では，一次元の「長さ」にも，二次元の「平面」にも使う言葉であることに気付かせる。
2　的当てゲームをする。	・真ん中の赤に当たるかな。 ・白に当たる人が多いな。 ・白の広さは，赤より大きいからかな。	 （図１） T　どうして白に当たった人が多くなったと思いますか？ C　白が広いからだと思います。 C　逆の的のときは，赤です。赤が広いからです。 C　赤と白の広さが半分半分のときは，だいたい半分半分になると思います。	○　結果を黒板に正の字で残すことで，白に当たった人が極めて多いことを印象付ける。 ○　「図１の的」→「図１の的の反転したもの」→「赤白がちょうど半分の的」の順番にどうなるかを問い，赤と白のどちらに当たるかは，赤と白の広さに関係がありそうだということに気付かせる。
	どちらに当たるかは，赤と白の広さを比べれば予想できそうだな。	T　どちらに当たりやすいかは，赤と白の広さを比べれば予想できるということですか。 T　AからCの３つの的では，どうなるかプリントに予想を書きましょう。	○（板書） **「どちらに当たりやすいかは，赤と白の広さを比べれば予想できる」** ○　ワークシートを配付し，予想は，「赤」「白」「同じ」のいずれかを記入させる。
※課題をもつ瞬間 3　A～Cの的について，赤と白のどちらに当たりやすいか予想し，その理由を考える。	**Aは，「同じ」 Bは，「白」？ Cは，「赤」？** ・BとCは意見が分かれたな。私の考えは正しいのかな？調べてみよう！	 T　BやCの的については，意見が分かれましたね。赤と白の広さが，同じなのか違うのかをはっきりさせましょう。	○　赤と白の広さを比べる方法としては，次の３つが予想される。 **①　的にマス目を入れ，その数を数えて，赤か白か同じか判断する。** **②　図形を移動して，赤白のどちらが広いか比べる。** **③　同じ形を相殺して，残りの形を比較して，広さを比べる。** **※　①,③の考えは単位面積の幾つ分につながる。★彡**
4　自分の考えを発表する。		C　私は，マス目を入れて考えました。 C　ぼくは，図形を移動させて半分になるか調べました。	
5　まとめる。	**・広さももとになる大きさを決めれば，数で表せるんだな。**	T　分かったことや気付いたこと，また，新しく発見したことを発表しましょう。 C　マス目を入れて，その数を数えると赤と白のどちらが広いか比べられることが分かりました。	○（板書） **広さは，もとになる大きさを決めると，その幾つ分かで数を用いて表すことができる。**
6　練習問題をする。		T　今日分かったことを使って，練習問題をしましょう。	

図 10　坪田教諭の授業を参考に考えた「面積」の学習指導案

(2) 提案授業「面積」～授業の準備から実際まで～

■坪田教諭のような授業をしてみたい
－授業への憧(あこが)れと指導主事の面子(メンツ)－

この授業を初めて本で見たとき,「自分もこのような授業をやってみたい」という強い気持ちを思った。坪田教諭のように深い教材解釈をする力と高い指導力を持ち，魅力ある授業を創造できる教師は，自分自身の目標でもある。本を読めば読むほど,「こんな授業をしてみたい」という気持ちは大きくなった。

そんな折，タイミングよく倉敷市立富田小学校から一本の電話があった。「学区の算数研修会で面積の授業をして見せていただきたい」と。

しかし，あれほど授業してみたいと思っていたにもかかわらず，その電話に即答できない自分がそこにあった。

指導主事になって5年，ずいぶんと長い間，子どもたちの前で授業をしていない。出会ったこともない子どもたちを相手に，果たして授業ができるものなのか。

その不安はとても大きかった。授業が失敗に終わると，子どもたちは貴重な学習の1時間を無駄にしてしまう。算数の指導についてはある程度自信があったが，私は，この5年間のブランクによる自分の「子どもたちの反応を瞬時に見抜く力」の衰えを恐れた。いや，本当は，正直に書けば，授業がうまくいかなかったとき指導主事としての面子(メンツ)が丸つぶれになることが一番怖かったのかもしれない。

勇気を出して，電話をいただいた算数研修会担当の先生に，その不安を正直に話したが，それでも是非との強い思いに押され，ついに授業を引き受けることになった。

たった1時間の授業であるが,「引き受けた以上，いい授業をしたい。いや，子どもと思いっきり算数を楽しみたい」と思った。気持ちに切り替えができてからは，1か月後に自分がその授業を再現できることが私はとてもうれしかった。

それからというもの，私は，坪田教諭の授業が紹介されている本を何度も読み直した。ところが，何度も何度も読み返していくうちに，このうれしさはどこかに飛んでいってしまうことになる。

この坪田教諭の授業には，底知れない魅力を感じる。でも，この本のように授業は進まないのではないだろうか・・・。

■試行錯誤の連続
－簡単そうで難しい「的づくり」－

坪田教諭は，Aの的を画用紙で作り，それを板にはり，実際にダーツをさせている。ダーツの矢の先には針が付いており，これを今の通常の学級で実施するにはあまりにも危険である。そこで，まずは，危険がないような的当てのセットを作ることが一つの課題となった。

何かを投げ，それが的に当たり，その結果が残らなければならない。図工の教材で，矢の代わりにマジックテープを付けたピンポン玉を使うものが手に入ったので，これを利用することを考えたが，これも簡単には利用できないことが分かった。玉の方はよいが，受け手の的をうまく作ることができないのである。板にマジックテープが付く布を巻いただけでは，板の反発力が大きく玉の投げようでは，なかなかうまく的に付いてくれない。この的の作り方を記述するのが本稿の目的ではないので深入りは避けるが，実際の授業で使う的に行き着くまでに，相当の試行錯誤を繰り返し，**写真1**のような的が幾つも出来上がった。

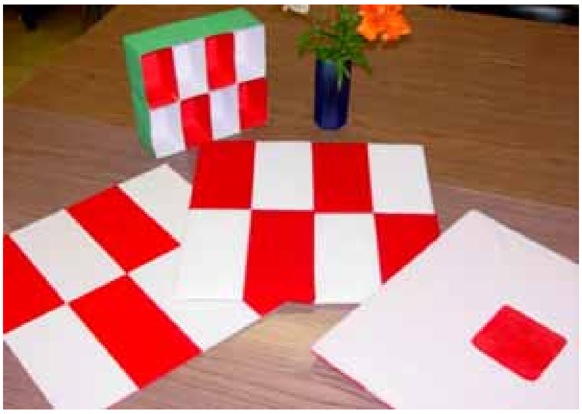


写真1　作成した的の数々

箱のような的は，図工の教材に出会う前に，ゴルフボールを投げて，箱に入るようにしてはどうかと考えて作ったものである。しかし，平面の広さを扱う授業で，奥行きのある立体ではどうも授業がうまく進みそうにない。写真手前左の的は，Aの的の第1作で，これも玉がうまく付かず失敗。フェルトの厚みや板とフェルトの間の材質など試行錯誤の結果，やっと完成したのが手前中央の的である。しかし，膨大な時間をかけて作成した的にもかかわらず，実際の授業では，授業2日前に新たに作った的（写真手前右）を授業で使うことにした。それはなぜか・・・。

■1/2 の確率の壁をどう破るか
－何度やっても半分半分に分かれない－

坪田教諭の授業がうまく進んだのは，話し合いに用いた B，C の的（**図 10** に示した学習指導案を参照）の形にあると考える。

B の的は，一見「白」の部分が広く見える。一方，C の的は，その逆に「赤（図の濃い部分）」が目に付く。しかし，実際には B の的は赤と白は同じ広さであり，C は「白」の方が広い。ここにこの的の形の絶妙な面白さがあり，この的の形が「本当にどちらの色が広いのか調べてみたい」という気持ちを子どもたちに起こさせたと考える。B，C の的の広さを比べる必然性を持たせるために，坪田教諭はダーツを授業に取り入れた。

しかし，もしダーツの結果，子どもの席が半分半分に分かれなかったら，坪田教諭は，どうするつもりだったのだろうか。

半々に分かれなかった場合は，「的は A，B，C をあらかじめ用意しておいたが，B，C の的はダーツに使わず，席を半分半分の人数にするために A の的を使った」ということが根本から崩れることになる。こうなると，さすがに坪田教諭であっても，後の展開は相当苦しんだに違いない。

ダーツによって席が半分半分に分かれたのは，全くの偶然である。そのことは，坪田教諭自身が，「偶然ではあるが，ほぼ同数に座席が左右に分かれた」と先の本で書いている。

坪田教諭のことである。当然，その場合の授業の流れも事前に想定していたと思われるが，残念ながら，先の本にはそのことは触れられていない。

坪田教諭の授業はこの偶然がなければ別の授業展開を余儀なくされたはずである。坪田教諭の実践では幸運にもこの偶然が起こったが，私の実践でもこの幸運が果たして起こるのだろうか。

そこで，何時間も掛けて作成した A の的を使って，事前に確かめておくことにした。

実際にやってみると，何度やっても赤と白に当たる回数が半分半分にならないのである。1/2 に分かれるのは理論値であり，実際にはそうならないのは当然ではあるが，だいたい半々にでも分かれればよいものを，ほとんどの場合，かなりの差で白より赤に当たることが多かった。最も差が大きかったのは，27 回投げて，赤 19 回，白 8 回という有様であった。せっかく授業で使える的が完成したと喜んでいたのもつかの間，また，大きな壁にぶつかってしまった。「1/2 の壁をどう破るか」という問題である。

後で思ったのであるが，筆者が作成した的は，赤と白の的であり，先の本を改めて読み返すと，青と白が用いられていることに気付いた。赤と白の配色では，青と白の組み合わせと比較して，コントラストがはっきりしており，私の事前の実験結果にかなりの偏りがあったのは，無意識に目立つ「赤」を狙おうとする意識が働いたことが原因かもしれない。坪田教諭がここまで考えていたかどうかは不明であるが，たかが色であるが，奥が深いと思った。色を変えると解決できたかどうかは試していないので分からないが，これを解決する方法として，何日も考えたあげく行き着いたのが，サイコロの「1 の目」の形をした的である。

■逆転の発想
－サイコロの 1 の目の形の的を使った理由－

どうせ半分半分にならないのなら，極端に面積が違う的を作れば，広い方に多く当たる的が作れるのは当然である。この当たり前のことになかなか気付かなかったのは，私が，坪田教諭への憧れから，坪田教諭の授業をできる限りそのまま忠実に再現してみたいという呪縛（じゅばく）にも似た思いから抜けることができなかったことによる。それほど，私にとって坪田教諭の授業は魅力的な存在である。考えてみれば，指導者も違えば子どもも違う中で，人が考えた授業をそのままやっても初めからうまくいくはずがないのが普通である。

坪田教諭は，青と白の面積が同じならば，どちらに当たるかは半分半分になることを子どもたちに体感させるところから授業を始めているのに対して，私の授業では，赤より白の方が明らか広いサイコロの 1 の目の形をした的を使うことで，結果は面積の広い白に当たりやすいことを体感させることから始めることにした。

最初の的当ての活動の真の目的は，「どちらに当たりやすいかは，赤と白の広さと関係がありそうだ」ということに気付かせ，「赤と白の広さ比べに目を向けさせる」ことにある。それなら赤と白の面積が同じでも，実際のゲームでは半分半分になる可能性が極めて低い A の的にこだわる理由は何もない。そこで思い付いたのが，サイコロの 1 の目の形をした的であった。

これは，私にとってみれば，坪田教諭の授業の呪縛から解放された瞬間でもあった。

「坪田先生の授業のいいところはまねさせてもらおう。しかし，授業を実際に行うのは自分自身なのだ。自分の授業をしよう。自分に与えられた45分の授業を，子どもといっしょに楽しもう。」

出来上がった的を見て，私は何度もそう思った。そう思うと，この的がなんとも愛(いと)おしく思えた。そんな気持ちでこのサイコロの1の目の形を眺めていると，また新しいことを思い付いた。

それは，的の中心の形を，単位面積の正方形一つ分にすれば，本時のねらいをつかませるための伏線になるのではないかということである。

的当てゲームは，的の中心を狙おうとするのは自然なことで，ゲームをする際に，児童は意識して的の中央にある赤い「正方形」を狙うはずである。実際，授業では，すべての子どもが的の中心にある赤い「正方形」に当てることを目的に玉を投げているのが十分に見て取れた。

的当てゲームはすべての児童が行う。子どもたちは，ゲームをしながら，常に本時の授業のねらいである「単位面積」を見ることになる。見るというレベルのものではなく，それを凝視すると表現した方がよいかもしれない。

もちろん，ゲームをする際には，自分たちが狙っている赤い「正方形」が，実は本時の学習の鍵となる「広さ」になると思って玉を投げる子どもは一人もいないであろう。しかし，そのことに気付かないにしても，授業の最初にこの正方形をすべての児童について一度「凝視」させておくことが，何人かの児童だけでも，広さを比べる際，正方形のマスの数で比べればよいというアイデアを思い付くきっかけになるかもしれない。伏線と書いたのはそういう理由である。

■授業は，いよいよ始まった
－ゲームを通して広さに目を向ける子どもたち－

こうして，いよいよ授業当日を迎えることとなった。教室に入り，子どもたちの目の前に立った瞬間，私は全身に鳥肌が立つような思いを覚えた。それは，5 年ぶりの授業への不安からなのか，また，授業ができる喜びからきたものなのか分からないが，今でもその感覚は忘れられない。

さて，授業は，すぐさま教室中にゲームを楽しむ子どもたちの声が広がった（**写真2**）。何度も事前に確かめはしておいたが，子どもたちが投げる玉がうまく的に付くのを見るまで，内心落ち着かなかった。

的当てゲームは大きな混乱もなく，順調に進んでいった。

「白」「白」「また白だ」「あっ，赤に当たった」

赤に当たったときは，「わあっ」という歓声が教室中に拍手とともに沸き上がった。

10 人ほどゲームを終えたところでゲームを一度中断させ，「このままゲームを続けると，どのような結果になるか」と尋ねてみた。子どもたちは異口同音に，「絶対に白が多くなる」と答えた。「命中力が悪い」と思わずつぶやいた子どももいた。中心は狭いからなかなか赤には当たらないということを言いたかったようである。

写真2　的当てゲームに夢中の子どもたち

ゲームを始めて約8分。27名の的当てゲームは，赤8人，白19人という圧倒的に白に当たった子どもが多い中，無事終了した。

子どもたちは，的当ての興奮が収まらない様子であったが，ここで，「赤と白が反対の場合の的」「赤と白が2等分された的」を出し，その結果を予想させた。ゲームをしたばかりなので，すべての児童が，色が反対の的の場合は，結果も反対になり，赤と白が半分半分の的の場合は，同点になると答えた。そこで，どうしてそれが分かるのか，何を見てそう思っているのかを尋ね，「当たりやすさを予想するには，赤と白の広さに目を付ければよい」ことを子どもたちから引き出した。

ここで，いよいよこの授業の中心課題である「A，B，C」三種類の的の登場となった。

■授業が受動から能動に変わる瞬間
－なぜ，中心を狙うのに当たらないの－

授業では，まず「A，B，C それぞれの的について赤と白のどちらに当たりやすいか」を予想させた。その結果，A についてはほとんどの児童が「同じ」，B は「白」，C は「赤」と予想した児童が多

かった。次に，予想した理由について尋ねた。すると，数人の児童が，「A は，赤と白が互い違いに並んでいて，赤と白の個数も 4 個ずつなので同じになると思う」と回答した。B，C の的についても自分が予想したその理由を尋ねてみると，「的当てだから，ほとんどの人は的の中心を狙うから」という答えが大半を占めた。

A の的の「同じになる」説明では，いきなり本時のねらいに迫る「単位面積の幾つ分」の考えが数人の児童から得られたが，学級全体の子どもたちがそれを理解した訳ではない。B，C の説明を聞いて，多くの子どもたちが賛同したことからもこのことは簡単に判断することができた。

繰り返しになるが，本時は，この「広さは，単位面積の幾つ分で測れる大きさである」ことを A，B，C の的についてどうなるかを話し合う活動を通してつかませることが目的である。「中心を狙うから」という理由は，当然子どもたちから出てくるだろうと予想していた。しかし，この考えから抜け出せない限り，子どもたちの目は「広さの比較」に向いていないと考えられる。したがって，この考えでは不十分であることを子どもたちに気付かせる発問がここでは重要な鍵となる。

そこで授業では，「最初にやった的当ては，中心が赤なのに，白に当たった人が多かったのはなぜか」と発問してみた。この発問の直後，先ほどまで「中心説」を堂々と発表していた子どもたちの顔が一瞬に曇った。すなわち，この発問を契機に，多くの子どもたちが，的全体を見ないと結果は予想できない，赤と白の広さを比べてみないと分からないという気持ちを持つことができたのである。つまり，この発問は，子どもたちの目を赤と白の「広さの比較」に向ける，なくてはならない発問となった。この発問により子どもたちの表情が曇った瞬間，これは，第Ⅳ章で述べた「受動から能動」に授業が変わる瞬間であることを，私自身が体験した瞬間にもなった。

■坪田教諭のアイデアを生かすワークシート
－ヒントは出し過ぎず出さな過ぎず加減が問題－

子どもたちが，A，B，C の的の場合どうなるかを考えるために，**図 11** に示すワークシートを準備した。

このワークシートは，子どもたちが同じ大きさの幾つ分で比べればよいことに気付きやすいような工夫をしている。

一つは，B，C の的の周囲に目盛りのような小さな印を付けておく工夫である。あらかじめ方眼を書いてしまうのは，ヒントの出し過ぎであり，目盛りがなければ線を引いて方眼を作り，そのマスの幾つ分で考えればよいことに気付かないであろう。授業では，この印を付けておいたことで，かなりの子どもが自分の力でその小さな印を手掛かりに線を引き，正方形のマスの数の違いで赤と白の広さの違いを考えていこうとする姿が見られた。図に少しだけ印を入れておくことは，坪田教諭の授業を紹介してある本から得たヒントで，私はそれをワークシートに応用しただけであるが，このアイデアは量と測定の学習の多くのところで使えると感じた。

もう一つは，A，B，C の的を並べてワークシートに配置しておいたことである。赤と白の広さの違いを個数で表すためには，うまく敷き詰められる形であれば，何も基にする形は正方形でなくてよい。授業では，正方形の幾つ分だけではなく，A の的にある長方形の幾つ分で赤と白の広さの違いを考えようとする子どもが何人か見られた。子どもたちが，A の長方形の幾つ分で考えようとしたのは，B の的のすぐ横に A の的があったからこそ思い付いたものと想像できる。

図 11　ワークシート「広さってなんだろう？」

■自分の考えにこだわりを持つ子どもを育てたい
－左利きのＦ君のこだわり－

B の的について，調べる前までの予想は，「白」が 23 人，「赤」が 4 人で，「同じになる」と予想した子どもは一人もいなかった。ところが，ワークシートを用いて実際に調べていく中で，多くの

子どもたちが「同じになる」の意見に変わっていった。「私は，初め白だと思っていたけど，マスをかいて調べてみると，赤が8個，白が8個で同じになったので，同じになると思う。」

予想で赤と考えていたⅠ君を指名すると，Ⅰ君は黒板の前に出て，いきなり黒板に向かって説明し始めた。子どもたちがする発表や説明は，本来，学級のほかの子どもたちに対して行うべきである。しかし，多くの場合，子どもは，その指導をしている教師に説明しようとするか，黒板に向かったまま黒板に説明するかである。

子どもは，教師に一番自分の考えを分かってほしいと思っている。子どもが，自分の存在を第一に認めてほしい相手は教師なのである。

したがって，私はⅠ君のような発表の様子が見られたときは，「先生は黒板の向こうにはいないよ」と言い，すぐさま，発表する子どもと自分との間に発表している子ども以外の子どもをはさみ込む位置に移動するようにしている（**写真3**）。

写真3　先生は黒板の向こうにはいないよ。

黒板の方に向いて説明する子どもは多いが，このように教師がそのときに立つ位置を少し変えるだけで，他の子どもたちの方を向いて説明ができるようになる。たったそれだけのことであるが，それを実行している教師は少ないように思う。

さて，その後Ⅰ君は，黒板に掲示してある的のままでは自分の説明がうまくできないと感じたのか，掲示している的にマジックで線をかき始めた。ここでも，日々の授業で簡単に使える技術がある。それは，すべて発表をさせずに途中で発表を止め，その続きを，発表を聞いているほかの子どもたちに考えさせることである。マジックで線を引きマスをかこうとしていたⅠ君の手を握り私は，「ちょっと待って。Ⅰ君は今，何をしようとしたのか分かるかな。」と学級全体に尋ねた（**写真4**）。こんな経験がこれまでなかったのか，半数ぐらいの子どもたちは何が起こったか分からなかった様子であったため，同じことを2回行った。

写真4　ちょっと待って。この後何をすると思うかな。

2回目は，さすがに多くの子どもが，Ⅰ君がこれからしようとしていることを見事に推測することができた。

算数では，代表児童を指名して発表させることは多い。しかし，その多くが，意見を書いた児童が初めから終わりまで発表し，お決まりの「分かりましたか」「いいです」の挨拶(あいさつ)が交わされ発表が終わってしまってはいないだろうか。「発言の途中で止めて，後をほかの児童に考えさせる」これだけのことで，その子どもの考えが，その考えをしていない他の児童も巻き込みながら，より理解されるようになる。何よりも，このことで発表児童の方に多くの子どもが一瞬で注目する価値は大きい。

赤と考えていた子どもも，白と考えていた子どもも，ほとんどがこれらの説明で「同じになる」と納得したように見えた。ところが，最後まで「Bの的は赤に当たる」という意見を言い続けた子どもが一人いた。それがF君である。

その理由を尋ねてみたところ，F君は黒板の前に出て，左手で玉を投げる格好をしながら，左利きの人は，玉が右の方に行くから，赤に当たるということを堂々と説明して見せた。これには困ってしまった。F君なりの説明ではあるが，なかなか説得力もあり，無理矢理Ⅰ君の説明を納得させるわけにもいかない。机間指導をした際には，F君も確かにマスの数で考えていたし，理解していると思っていたからである。この後F君の意見をどう切りかえしていくかで，私の額には汗が流れ落ちた。私にしてみれば最大の局面であった。

結局，授業をこの後どう展開していくか決めかねていた私を救ってくれたのは，授業の早い段階から，マスの数に注目をしていたＮさんであった。

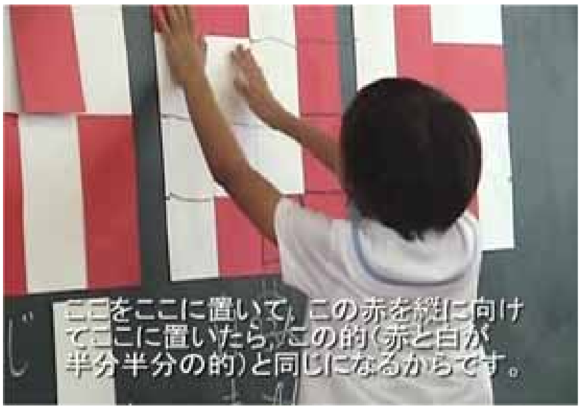


写真５　移動させると赤と白が同じになるよ。

Ｎさんは，Ｉ君がマジックで書いたマスを使いながら，赤や白を上手に移動させれば，赤と白が1/2の的（**写真４**の一番左の的）と同じになることを手で指し示しながら説明してくれた（**写真５**）。これには，Ｆ君も納得したように見えた。この３分後，無情にも授業の終了を知らせるチャイムが鳴ってしまった。

紙面の都合で学習のまとめは詳しく書けないが，この後，今一度学習のねらいを確認し，授業を通して「広さ」とはどんなものと思ったかを数名の児童に発表させ授業を終えた。

２　授業を終えて今，思うこと

算数の授業は，数学的な考え方を育てる授業である。今の子どもたちは「考える力」が劣ってきていると言われている。考える力を育てるには，教材研究をして意味ある算数的活動を仕組むことが大切であることは言うまでもないことであるが，もっと大切なことは，授業の場でできるだけ多くの子どもたちに，「議論する楽しさ」「友達と意見を戦わす楽しさ」を感じさせることではないだろうか。

そのためには，自分の考えにこだわりを持つ子どもを育てたい。こだわりを持つ子どもを育てるために必要なことは，教師がその子どもの考えをよく聞くことだと考える。それがどんなに突拍子もない考えであっても，授業で決して軽く扱わず，できる限りその考えを生かすことを考えていく姿勢を教師が持つことだと思う。そのためには，複数の授業展開を考えておき，柔軟に授業の途中で組み直す力を日々培っておく必要がある。

今回の授業では，幾つもの的当てを作ったが，的当てゲームで実際に使ったのは最後の最後で思い付いた形の的だけであった。使わなかった的も，作るのに相当の時間が掛かっている。しかし，私は授業展開に不安が残る的は，涙をのんで結局使わないという選択をした。かっこよく表現するならば，私は，今回の授業で「捨てる勇気」の大切さを味わった。

学習指導案や，教具や教材を作っていて，それが途中で何かうまくいかないかもしれないと思ったならば，既にそれらの作成に相当時間を掛けていたとしても使わない方がいい。しかし，それは決して無駄なことではなく，幾つもの学習指導案と幾つもの教材を作って授業に臨むからこそ，子どもたちが予想もしなかった反応をしても，授業のねらいに迫るように，その場で授業を柔軟に組み直すことが可能になると考える。

授業公開をさせていただいた直後に，授業をどう計画して臨んだかについて，授業を参観してくださった先生方に話をする場があった。「捨てる勇気」という言葉は，その講話の中で無意識に自分の口から出た言葉である。後で研究主任の先生から聞いた話であるが，それからというもの，倉敷市立富田小学校では「捨てる勇気」という言葉が職員間で相当はやったそうである。

今回の授業を通して，もう一つ感じたことは，「子どもの考えを瞬時に理解する難しさ」である。

この授業は３台のビデオカメラを入れ，私の机間指導や個別指導の声までかなり鮮明に記録に残した。私は，そのVTRを編集するために，何度も自分の授業を見直した。見直せば見直すほど，自分の授業の欠点ばかり目に付くが，特に愕然としたことは，最後まで自分の意見にこだわりを持っていたＦ君のことを十分に理解しないまま授業を進めていることに気付いたことである。

授業の中では，私は，机間指導でＦ君がマスの数で比べていることを確認したものの，結局は，よく分かっていなかったと判断し，その後の授業展開を考えていた。しかし，実際は，Ｆ君は，マスの数で比べると同じになることはよく理解できていた。Ｆ君がこだわっていたものは，授業のねらいに関係することではなく，「面積が等しくても，実際には同じにならない」ということであった。そのことを示すために，Ｆ君は，自分が左

利きのため，ボールが右に行きやすいという自分の経験から，赤に当たることが多いことを，動作を添えて力強く説明してくれていたのである。

多くの教科書では，面積の導入は，例えば，縦3㎝横5㎝の長方形と一辺が4㎝の正方形を比較する場面を設定している。しかし，なぜ長方形と正方形の面積を比較しなければならないのかという必然性に欠けるのは事実である。これに比べて，的当てでの導入は，確かに面積を比べる必然性を持たせやすかった。しかし，的当てからの授業展開は，「的の当たりやすさ」から「広さの違い」へ意識を移す「橋渡し」が必要で，これが結構難しい。F君が最後まで自分の考えにこだわり続けたのは，私の授業が，少なくともF君に対しては，この意識の「橋渡し」がうまく指導できていなかったために起こったことと考えられる。

授業を終えた翌週, 27名の子どもたち全員から感想が送られてきた。その中に，I 君の発表を聞いて書いたと思われる A さんの感想がある。その一部を紹介する。

> 私は，B は，白に当たりやすいと思いました。でも，後から同じだと思ったので同じにしました。I 君が，考えていた線にそって，正方形を作っているのに気が付きました。
>
> **私も最後まで，なんで白かという意見を持っていたかったです。**

自分の考えにこだわる子どもを育てたい。これは，私がずっと思っていることである。だから A さんの感想を読んだとき，私はとてもうれしかった。たった1時間の授業ではあったが，私の気持ちを，授業を通して感じ取ってくれた子どもが少なくとも一人はいたのである。

授業は，1時間1時間が子どもとの真剣勝負である。これは，昔，先輩教師からよく言われた言葉である。5年ぶりの授業。正直緊張したが，引き受けてよかったと思う。「授業は楽しい」その思いを今更ながらかみしめることができた。

今回の授業が実現できたのは，私に貴重な授業の機会を与えてくださった玉島北中学校区小学校算数研修会の先生方のおかげである。特に，授業公開の場となった倉敷市立富田小学校4年B組の 27 名の子どもたちと学級担任の田中始子教諭には深く感謝申し上げたい。

Ⅵ　おわりに

本研究では，まず，第Ⅲ章において，算数科における「問題解決の授業」と「習熟度別指導」の現状を概観した。

その結果，現在行われている多くの問題解決の授業が抱える問題点として，次の2点を指摘した。

1点目は，「問題の構成（設定）」「問題の理解（把握）」「解決の計画」「解決の実行」「解決の検討」といった5段階もしくは4段階の流れで授業することが問題解決の授業であると固定的に考えられている場合が多いこと，2点目は，自力解決の時間が長くなりがちで十分な話し合いもないまま教師が一方的にまとめて終わってしまう場合が多いことである。

一方，現在行われている習熟度別指導が抱える問題点としては，習熟度別指導を実施すること自体が目的化している点を指摘した。

第Ⅳ章では，以上のことを受けて，現在の算数科の授業を充実させるための鍵は,「数学的な考え方の指導と評価の充実」と「形骸化した問題解決の授業からの脱却」の2点にあるとし，授業改善の具体的な方策として次の3点を文献研究及び実践から提案した。

1点目は，数学的な考え方を具体的にイメージすること，2点目は，算数の授業の過程を「受動から能動へ」の2段階でとらえ直すこと，3点目は，数学的な考え方の評価にイギリスなどで用いられているルーブリックの考え方を取り入れることである。

まず，1点目の「数学的な考え方を具体的にイメージすること」の提案では，なぜ数学的な考え方をイメージすることが重要であるかを指導と評価の観点から述べた後，数学的な考え方の研究の第一人者である片桐重男の分類を基に，数学の方法に関係した数学的な考え方として，「帰納的な考え方」「類推的な考え方」「演繹的な考え方」「統合的な考え方」「発展的な考え方」「抽象化の考え方」「単純化の考え方」「一般化の考え方」「特殊化の考え方」「記号化の考え方」の10種類を，数学の内容に関係した数学的な考え方として，「単位の考え」「表現の考え」「操作の考え」「アルゴリズムの考え」「概括的把握の考え」「基本的性質の考え」「関数の考え」「式についての考え」の8種類を挙げ，それぞれの考え方の具体例を整理した。

次に，2点目の「算数の授業を2段階でとらえること」の提案では，正木孝昌の「受動から能動へ変わ

る授業」に着目し，これを実現するために最も大切なことは，子どもたちの意識を「受動の段階から能動の段階」に変える瞬間をどのようにしてつくるかであり，その方策として正木が提案している四つの方法について，研究協力委員の実践などを基に具体的な説明を加えた。

最後に，3点目の「数学的な考え方の評価にイギリスなどで用いられているルーブリックの考え方を取り入れること」の提案では，まず，ルーブリックとは何かについて文献から整理し，その基本的なとらえ方を説明した。さらに，イギリスでの算数・数学のルーブリックを紹介し，数学的な考え方の学習の進歩は，1年間に1段階向上するようなものであり，評価に当たっては，大きなくくりでとらえればよいという考えを示した。また，研究協力委員の実践を基に，ルーブリックを数学的な考え方の評価に導入する意義は，ルーブリックを作成する過程に児童が参加したり，評価を児童に先に公表したりするという使い方にあり，今後，算数科において実践を通して研究を進める価値が十分にあることを指摘した。

第Ⅴ章では，以上の研究から得たことを基に，筆者自身が教師と子どもたちとの議論を中心とした授業を行い，これを本研究で問題とした「形骸化した問題解決の授業」から一歩抜け出した一つの授業例として提案した。ここでは，日々の授業にすぐにでも取り入れることが可能な授業技術についても併せて述べた。

平成 13 年度からスタートした少人数指導及び習熟度別指導であるが，これらの指導の充実を図るためには，教師一人一人の授業力を向上させる以外に方法はないと考える。習熟度別指導といえども，多くの場合，そこでは一人の教師が一斉指導の形を取っているのが現実である。本研究が，習熟度別指導をテーマの一つに挙げているにもかかわらず，コースをどう分けるかなどの方法論については一切言及しなかったのは，習熟度別指導の充実の鍵は，一斉指導からの脱却ではなく，一斉指導の質の向上こそが重要と考えたからである。

なお，本研究をまとめるに当たり，研究協力委員の先生方には,貴重な御意見をたくさんいただいた。深く感謝すると同時に，各研究協力委員の先生方からは，授業実践並びに膨大な貴重な資料を提供していただいたにもかかわらず，筆者の力及ばず十分に取り上げることができなかったことをおわびしたい。

最後に，本研究が，先生方の授業力を高める一助になることを願って，研究のまとめとしたい。

○ 引用文献

1) 文部科学省初等中等局財務課：平成 14 年度に公立小中学校で指導方法の工夫改善に取り組む学校に教員を配置する都道府県の方針等について（総括），教育委員会月報 2002 年 6 月号，文部科学省，pp.10-11
2) 全国算数授業研究会：本当の問題解決の授業を目指して，東洋館出版社，p.164，2003
3) 佐藤学：習熟度別指導の何が問題か，岩波ブックレット No.612，岩波書店，pp.2-3，2004
4) アメリカ教育省：Class Size Reduction and Teacher Quality Initiative 訳：戸瀬伸之，西村和雄，1998
5) 佐藤学：前掲書，pp.9-11
6) 中島健三：数学的な考え方と問題解決，金子書房，p.4，1985
7) 中島健三：前掲書，p.6
8) 片桐重男：数学的な考え方・態度とその指導 1「数学的な考え方の具体化」，明治図書，p.16，1988
9) 正木孝昌：小学校算数の基礎・基本の指導と評価①，図書文化，指導と評価 2003 年 6 月号，p.51
10) 鈴木秀幸：問題解決能力とその評価，図書文化，指導と評価 2004 年 8 月号，p.50

○ 主な参考文献

1) 文部科学省：平成 16 年度公立小・中学校における教育課程の編成・実施状況調査の結果について，2003
2) 文部科学省：PISA（OECD 生徒の学習到達度調査）2003 年調査，2004
3) 文部科学省：国際数学・理科教育動向調査の 2003 年調査（TIMSS2003）国際調査結果報告（速報），2004
4) 国立教育政策研究所：学習評価の工夫改善に関する調査研究，2004
5) 坪田耕三：算数楽しく授業術，教育出版，2003
6) ジェームズ・W・スティグラー，ジェームズ・ヒーバート著，湊三郎訳：日本の算数・数学教育に学べ ー米国が注目する jugyou kenkyuuー，教育出版，2002
7) キャロライン・V・ギップス著，鈴木秀幸訳：新しい評価を求めてーテスト教育の終焉ー，論創社，2001
8) 片桐重男：数学的な考え方を育てるねらいと評価，明治図書，1995
9) 片桐重男：数学的な考え方の具体化，明治図書，1988

FAX 用紙（所員研究係行き）

岡山県教育センター研究紀要をお読みくださり，ありがとうございました。皆様の御意見を，今後の所員研究や学校支援の改善のための参考とさせていただきますので，次のアンケートに御協力ください。

岡山県教育センター研究紀要に関するアンケート

研究紀要第 257 号

確かな学力を伸ばす
算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の在り方

1　あなたの所属はどちらですか。

県内：小学校，中学校，高校，盲・聾・養護学校，大学，教育機関，その他(　　　　　　　　　　　)
県外：小学校，中学校，高校，盲・聾・養護学校，大学，教育機関，その他(　　　　　　　　　　　)

2　本書を何で知りましたか。

(a) 岡山県教育センターからの送付
(b) 岡山県教育センターの所報
(c) 岡山県教育センターの Web ページ
(d) 岡山県教育センターの研修講座
(e) 岡山県教育センター所員研究成果発表会
(f) 他の先生等からの紹介
(g) その他（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

3　本書の内容についての御意見・御感想をお聞かせください。

(1) よかった点，教育実践に役立つと思われる点について記述してください。

(2) 工夫，改善すべき点について記述してください。

4　小学校算数に関する研究に，今後どのような内容を取り上げてほしいですか。

御協力ありがとうございました。
このページの写しをファクシミリで下記までお送りください。
FAX 086-272-1207　岡山県教育センター所員研究係

平成15・16年度岡山県教育センター個人研究

小学校算数協力委員会

協力委員

浮田　洋子	備前市立伊部小学校教諭（平成15年度）
射越真理子	山陽町立山陽北小学校教諭（平成15年度）
糸島耕太郎	総社市立常盤小学校教諭（平成15・16年度）
三宅　美和	御津町立南小学校教諭（平成16年度）
磯田　宙也	井原市立井原小学校教諭（平成16年度）

なお，岡山県教育センターでは，次の者が本研究に当たった。

楠　　博文　　教育経営部指導主事（主査）

平成17年2月発行

研究紀要第257号

確かな学力を伸ばす
算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の在り方

編集兼発行所　岡山県教育センター
〒703-8278　岡山市古京町二丁目2番14号
TEL（086）272-1205　FAX（086）272-1207
URL　http://www.edu-c.pref.okayama.jp/
E-Mail　kyoikuse@pref.okayama.jp